



**Escola de Camins**  
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports  
UPC BARCELONATECH

# **Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma**

Treball realitzat per:

**Alejandro Gallego Aragón**

Dirigit per:

**Eva Oller Ibars**

**Noemí Duarte Gómez**

Màster en:

**Enginyeria de Camins, Canals i Ports**

Barcelona, 23 de setembre del 2016

Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental

**TREBALL FINAL DE MÀSTER**

# **Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma**

**Autor:** Alejandro Gallego Aragón

**Tutora:** Eva Oller Ibars

**Tutora externa:** Noemí Duarte Gómez

## **RESUMEN**

Las aleaciones con memoria de forma, AMF, han despertado el interés en el campo de la ingeniería estructural en los últimos años gracias a sus características particulares. Estas propiedades de interés son el efecto de memoria de forma y la pseudoelasticidad. Gracias al efecto memoria de forma estas aleaciones son capaces de recuperar su forma inicial mediante un estímulo térmico y gracias a la pseudoelasticidad son capaces de sufrir grandes deformaciones inducidas por la aplicación de un esfuerzo y una vez retirado éste son capaces de recuperar casi la totalidad de deformaciones. De esta última propiedad se deduce una tercera propiedad que es la capacidad de amortiguamiento al tener una gran histéresis mecánica a la hora de descargar el material.

Si bien hasta la fecha este tipo de aleaciones sólo habían sido empleadas en campos como la medicina o la ingeniería aeroespacial en los últimos años se están realizando campañas experimentales en el ámbito de la ingeniería civil. Dichas campañas experimentales estudian las diversas aplicaciones desarrolladas a partir de las propiedades citadas. Así pues, es posible utilizar barras AMF como armadura longitudinal en elementos de hormigón armado y cuando éstos sufran cargas cíclicas importantes será posible disipar energía gracias a la propiedad pseudoelástica. Otra posible aplicación se basa en aprovechar el efecto memoria de forma, embebiendo barras AMF deformadas plásticamente en hormigón y aplicar un aumento de temperatura posterior. El calentamiento aplicado hará que las barras tiendan a su forma inicial y al estar embebidas en el hormigón generaran una fuerza de pretensado. Esta aplicación permite la concepción de estructuras inteligentes capaces de autorepararse una vez se hubiera superado un estado límite último.

El principal objetivo de este trabajo es estudiar numéricamente el comportamiento de vigas de hormigón armadas con barras de AMF. Para realizar dicho estudio se han empleado programas comerciales que se han modificado para incorporar la ecuación constitutiva de este material. Posteriormente, se han validado mediante la comparación de los resultados numéricos obtenidos con los de campañas experimentales ya existentes. Los resultados analizados son en términos de comportamiento carga-desplazamiento, tensiones, deformaciones y patrón de fisuración de vigas ensayadas armadas con SMA. El objetivo de la validación de estos programas comerciales donde se ha añadido subrutinas para modelizar el SMA es que cuando en un futuro se quiera realizar un diseño con este tipo de armaduras se tengan al alcance herramientas sencillas de utilizar.

**Palabras clave:** aleaciones con memoria de forma, AMF, pseudoelasticidad, efecto memoria de forma, análisis no lineal, estructuras inteligentes, amortiguamiento.



# Structural behaviour analysis of shape memory alloy reinforced concrete elements

**Author:** Alejandro Gallego Aragón

**Supervisor:** Eva Oller Ibars

**External supervisor:** Noemí Duarte Gómez

## ABSTRACT

Shape memory alloys, SMA, have attracted the interest in the field of structural engineering during the last years. This increasing interest is due to their specific properties, which are the shape memory effect and pseudoelasticity. Shape memory effect refers to the ability of recovering its initial shape by means of a heat excitement. Pseudoelasticity is the ability of experience large strains induced by the application of an effort and once the effort is released the material recovers almost the developed strains. Thanks to this last property, a third one is developed: the damping capacity. This capacity is due to the fact that during the unloading a hysteric path is followed.

Up to now, this kind of alloys were just employed in some fields such as medicine or aerospace engineering, but recently some experimental campaigns have been performed in the domain of civil engineering. These experimental campaigns were focused on studying the different applications developed on the basis of the properties aforementioned. It is possible to use SMA bars as longitudinal reinforcement in reinforced concrete elements and, when these elements suffer important cyclic loads thanks to the pseudoelasticity property energy damping will be possible. Another application is based on shape memory effect. SMA bars with a plastic strain can be embedded in concrete and once the concrete is cast a temperature increase is applied. This increase in temperature causes the bars to recover its initial strain and a pre-stress force is generated. This application allows to conceptually design the so called smart structures which have the self-reability if an ultimate limit state is reached.

The aim of the present thesis is to numerically study the behaviour of reinforced concrete beams with internal rebars of shape memory alloys. To perform this study, commercial software has been used. This commercial software has been modified to include the constitutive equation of the SMA materials. Afterwards, the performance of the program has been validated by means of comparing the numerical results with the existing experimental results in terms of load-displacement, stresses, strains, and cracking. The future applications of the results of this research will be to have easy to use tools for designing concrete structures with this kind of reinforcement.

**Keywords:** shape memory alloys, SMA, pseudoelasticity, shape memory effect, non-linear analysis, smart structures, damping



## **AGRADECIMIENTOS:**

A mi familia, sobre todo a mis padres por haberme ayudado y apoyado durante éstos años de estudio.

A mis tutoras Eva y Noemí, por haber estado siempre dispuestas a ayudarme y guiarme en todo momento.

A mis amigos, por los buenos momentos pasados en los últimos años y por el apoyo recibido en esto últimos meses.



## ÍNDICE

---

1	Introducción .....	1
1.1	Planteamiento del problema .....	1
1.2	Objetivos .....	2
1.3	Estructura del documento .....	3
2	Estado del conocimiento .....	4
2.1	Aleaciones de memoria de forma .....	4
2.1.1	Definición.....	4
2.1.2	Propiedades, aplicaciones y ejemplos .....	8
2.1.3	Tipologías de AMF.....	13
2.2	Campañas experimentales existentes con AMF .....	15
2.2.1	AMF con efecto memoria de forma.....	18
3	Modelo numérico .....	22
3.1	Modelización numérica de vigas de hormigón armado .....	22
3.1.1	Tipología de elementos utilizados .....	23
3.1.2	Modelos de comportamiento de los materiales .....	23
3.1.3	Métodos iterativos de resolución.....	32
3.2	Descripción de las campañas experimentales modelizadas .....	35
3.2.1	Abdulridha et al. (2013) .....	35
3.2.2	Shahverdi et al. (2015) .....	37
3.2.3	Shahverdi et al. (2016) .....	40
3.3	Metodología seguida en la modelización de las vigas armadas con amf .....	42
4	Análisis de resultados .....	46
4.1	Abdulridha et al. (2013) .....	46
4.1.1	B1-SM .....	46
4.1.2	B2-SC.....	48
4.1.3	B4-NM .....	49
4.1.4	B7-NCM.....	52
4.2	Shahverdi et al. (2015) .....	54
4.2.1	Beam 1 .....	54
4.2.2	Beam 2 .....	55
4.2.3	Beam 3,4 y 6 .....	57
4.3	Shahverdi et al. (2016) .....	59
4.3.1	Beam 9 .....	59
4.3.2	Beam 10 .....	61



4.3.3	Beam 11 .....	63
5	Conclusiones .....	66
5.1	Conclusiones .....	66
5.2	Futuras líneas de investigación.....	68
6	Referencias .....	69
7	Anejos .....	74
ANEJO 1: Propiedades mecánicas de los materiales empleados en las campañas experimentales .....		74
ANEJO 2: Subrutina implementada en DIANA 10.0 .....		80

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 2-1. Transformación de fase en AMF en función de la temperatura .....	5
Figura 2-2. Diagrama de fase esquemático para una AMF Ni-Ti.....	6
Figura 2-3. Esquema de la transformación martensítica a nivel cristalográfico .....	7
Figura 2-4. Diagrama de fase esquemático para una aleación Ni-Ti. a) Enfriado (1) de la AMF y posterior aplicación de carga (2). b) Descarga (3) y posterior calentamiento (4) de la AMF [1] .....	7
Figura 2-5. a) Diagrama de fase esquemático para una aleación Ni-Ti sometida únicamente a esfuerzos. b) Diagrama tensión – deformación para una aleación Ni-Ti. [1] [5] .....	8
Figura 2-6. Esquema del efecto memoria de forma. El material, inicialmente en el estado austenítico (d), se enfría hasta llegar a la fase martensita autoacomodada (a). Posteriormente se aplica un esfuerzo provocando una deformación macroscópica (b) que al relajar el esfuerzo puede llegar a disminuir (c). Finalmente se calienta el material de manera que se llega a la forma inicial de manera espontánea (d). .....	9
Figura 2-7 a) Resultados de un ensayo cíclico a tracción de un alambre de Ni-Ti [7]. b) Comparación de la curva tensión-deformación para barras y alambres de Nitinol de diferentes diámetros, 1.8, 7.1, 12.7 y 25.4 mm [8]. .....	12
Figura 2-8. a) Daños ocasionados por el terremoto de 1996 en la basílica de San Francisco. b) Esquema de la actuación en el campanario. c) Restauración final del campanario [9]. .....	13
Figura 2-9. Estructuras cristalinas.....	14
Figura 2-10. Relación tensión deformación para las probetas sin confinamiento, confinadas con AMF, GFRP o tejidos híbridos GFRP-AMF. Adaptado de [56].....	20
Figura 3-1. Modelos de fisuración de hormigón [62] .....	24
Figura 3-2. Modelos de fisura distribuida ortogonales [62] .....	25
Figura 3-3. Modelos tensión-deformación a compresión [62] .....	26
Figura 3-4. Diagrama tensión-deformación a compresión propuesto por Thorenfeldt [62] .....	27



Figura 3-5. Descomposición de la relación tensión-desplazamiento del hormigón a tracción. ....	27
Figura 3-6. Modelos de comportamiento a tracción implementados en MIDAS FEA [62] .....	28
Figura 3-7. Diagrama tensión-deformación con reblandecimiento propuesto por Hordijk [62] .....	29
Figura 3-8. Diagrama tensión-deformación afectado por el shear retention factor [62] 29	
Figura 3-9. Tipos de comportamiento del endurecimiento por deformación. [62] .....	30
Figura 3-10. Modelo constitutivo pseudoelástico para AMF propuesto por Abdulridha [5]. .....	30
Figura 3-11. a) Determinación de las deformaciones de descarga. b) Correlación entre deformación máxima y deformación plástica. c) Correlación entre deformación máxima y la primera deformación de descarga. d) Correlación entre deformación máxima y tensión de descarga. [65].....	32
Figura 3-12- Grafico comparativo de los ensayos experimentales y la subrutina programada .....	32
Figura 3-13. Flujo de trabajo en los procesos incrementales iterativos [62] .....	33
Figura 3-14. Esquema iterativo del Newton-Raphson Method y del Modified Newton-Raphson Method. [62].....	34
Figura 3-15. Esquema del procedimiento seguido en la campaña de Abdulridha et al.[65] .....	36
Figura 3-16. Esquema del armado empleado en las vigas B6-NR y B7-NCM. [65] .....	36
Figura 3-17. Diagrama carga-desplazamiento de las vigas ensayadas [5].....	37
Figura 3-18. Esquema del ensayo [49] .....	38
Figura 3-19. Pretensado de los refuerzos de Fe-SMA .....	38
Figura 3-20. Evolución de la flecha en la viga 3 debido a la activación del refuerzo. ..	38
Figura 3-21. Esquema del procedimiento del ensayo seguido [50] .....	39
Figura 3-22. Diagrama carga-desplazamiento de las vigas ensayadas [49].....	39
Figura 3-23. a) Esquema del ensayo y secciones de las vigas 10 y 11. b) Barras 8 fijadas a la viga [50]. .....	40
Figura 3-24. Deformación a largo plazo de la viga 10 después de la activación [50]... 41	
Figura 3-25. Deformación a largo plazo de la viga 11 después de la activación [50]... 41	
Figura 3-26. Pretensado de las barras de Fe-SMA. [50] .....	41
Figura 3-27. Deformaciones longitudinales en la viga 11 después de la activación. [50] .....	41
Figura 3-28. Diagrama carga-desplazamiento de las vigas ensayadas [50] .....	42
Figura 3-29. Modelo de elementos finitos de la viga B4-NM .....	43
Figura 3-30. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B1-SM para varias energías de fractura .....	44
Figura 3-31 Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B1-SM para diferentes crack band width. ....	44



Figura 3-32. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B1-SM con el modelo de fisura fija y rotativa. ....	45
Figura 4-1. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B1-SM .....	47
Figura 4-2. Mapa de fisuras en el momento de la primera fisuración. ....	47
Figura 4-3. Mapa de fisuras en el momento de la rotura. ....	48
Figura 4-4. Diagrama de tensiones en la armadura en el momento de la rotura. ....	48
Figura 4-5. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B2-SC .....	49
Figura 4-6. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B4-NM.....	50
Figura 4-7. Mapa de tensiones en la armadura para una carga de 28.3 kN y un desplazamiento de 80 mm.....	51
Figura 4-8. Deformaciones en el hormigón en el momento de la rotura teórica de la armadura .....	51
Figura 4-9. Mapa de fisuración de la viga B4-NM para una carga de 28.3 kN.....	52
Figura 4-10. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B7-NCM .....	53
Figura 4-11. Deformaciones post-pico en el hormigón en el momento de la rotura. ....	53
Figura 4-12. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 1 .....	55
Figura 4-13. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 2.....	56
Figura 4-14. Zonas donde se han superado las deformaciones post-pico en el hormigón para una carga aplicada de 12 kN .....	56
Figura 4-15. Comparación del patrón de fisuración después de rotura. ....	57
Figura 4-16. Diagrama carga-desplazamiento de los resultados experimentales y numéricos de las vigas 3,4 y 6.....	57
Figura 4-17. Zonas donde se han superado las deformaciones post-pico en el hormigón para una carga aplicada de 12 kN .....	58
Figura 4-18. Comparación del patrón de fisuración después de rotura .....	59
Figura 4-19. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 9.....	60
Figura 4-20. Comparación del patrón de fisuración después de rotura .....	61
Figura 4-21. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 10.....	62
Figura 4-22. Comparación del patrón de fisuración después de rotura .....	62
Figura 4-23. Estado de las fisuras para una carga aplicada de 6.4 kN.....	63
Figura 4-24. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 11.....	64
Figura 4-25. Patrón de fisuración para una carga aplicada de 16 kN .....	64





Figura 4-26. Comparación del patrón de fisuración después de rotura .....	65
Figura 7-1 Gráfico tensión-deformación de las barras 10M.....	74
Figura 7-2 Gráfico tensión-deformación de las barras 15M.....	75
Figura 7-3. Gráfico tensión-deformación de las barras $\phi 6.35$ .....	75
Figura 7-4. Gráfico tensión-deformación de las barras de Nitinol.....	76
Figura 7-5. Gráfico tensión-deformación del hormigón con $f_{cm} = 34.6 \text{ N/mm}^2$ .....	76
Figura 7-6. Gráfico tensión-deformación del hormigón con $f_{cm} = 32.7 \text{ N/mm}^2$ .....	77
Figura 7-7. Gráfico de la pre-deformación aplicada a las tiras Fe-SMA.....	78
Figura 7-8. Ensayo de tensión de recuperación en las tiras Fe-SMA .....	78
Figura 7-9. Gráfico de la pre-deformación aplicada a las armaduras de Fe-SMA .....	79
Figura 7-10. Ensayo de tensión de recuperación en las armaduras de Fe-SMA .....	79

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 2-1. Tensiones de recuperación y temperaturas de transformación para diferentes aleaciones Fe-Mn-Si [1]. .....	15
Tabla 2-2. Ejemplo de temperaturas de transformación y aplicaciones de AMF .....	15
Tabla 3-1. Propiedades mecánicas de las vigas ensayadas. ....	37
Tabla 3-2. Estimación de las tensiones de recuperación en los refuerzos de Fe-SMA. ....	39
Tabla 3-3. Cargas de fisura para las 3 vigas analizadas .....	42



# **1 INTRODUCCIÓN**

---

## **1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

No cabe duda que el hormigón armado es uno de los materiales más empleados en el sector de la construcción y que el aspecto que mejor lo define es su extraordinario comportamiento a compresión y su baja resistencia a tracción.

La idea de aumentar su resistencia a flexión mediante la colocación de armaduras fue desarrollada simultáneamente por un cierto número de personas en la mitad del siglo XIX que patentaron ideas similares, William B. Wilkinson en Inglaterra, 1854; y en Francia, Joseph Luis Lambot en 1855, François Coignet, en 1861, Joseph Monier, en 1867, y François Hennebique, en 1892. De entre todas las patentes enumeradas, merecen especial mención las François Coignet, Joseph Monier y François Hennebique respectivamente.

Desde entonces, la armadura añadida para dotarlo de una mejor resistencia a tracción no ha parado de evolucionar. Ejemplo de ello es el aumento del límite elástico de las armaduras de acero o la inclusión de fibras en la masa de hormigón para mejorar tenacidad, ductilidad y comportamiento a fisuración.

En los últimos años se han desarrollado un nuevo grupo de aleaciones conocidas como aleaciones con memoria de forma, AMF (SMA, *Shape Memory Alloys*). Las principales propiedades de estas aleaciones son la pseudoelasticidad, son capaces de sufrir grandes deformaciones y volver a recuperarlas una vez se retira el esfuerzo aplicado, y el efecto memoria, son capaces de recuperar su forma inicial mediante la aplicación de un estímulo térmico. Hasta la fecha este tipo de materiales eran conocidos en campos como la mecánica o la medicina pero no en la construcción debido a su elevado coste.



Actualmente el mundo de las estructuras se encuentra en un momento en el que o bien se deben reforzar las estructuras existentes o bien se deben construir estructuras capaces de resistir episodios de cargas extraordinarios, como seísmos o impactos. Es aquí donde las AMF pueden jugar un papel importante. En episodios de seísmo gracias a la pseudoelasticidad las AMF pueden actuar como amortiguadores, ya sea colocados a posteriori o embebido en el hormigón. En el caso de las reparaciones o refuerzos, una de las técnicas habituales es pretensar exteriormente la estructura ya existente. De este modo las aleaciones con memoria de forma serían muy adecuadas gracias a su efecto de memoria de forma.

Es evidente que este tipo de tecnología es aún muy incipiente, apenas existen casos de usos prácticos y el número de campañas experimentales con elementos de hormigón a pequeña y gran escala es reducido. Casi todas las campañas experimentales existentes se han basado en caracterizar el material, y existen muy pocas donde se realicen ensayos a nivel estructural, destacando las campañas recientes realizadas por Abdulridha et al [5]. y Shahverdi et al [49] [50]. Por otro lado, existen muy pocos estudios numéricos al respecto.

## **1.2 OBJETIVOS**

El principal objetivo de este trabajo es estudiar numéricamente el comportamiento de vigas de hormigón armadas con barras de aleaciones con memoria de forma (AMF). Para realizar dicho estudio se han empleado programas comerciales de elementos finitos, en los que se han tenido que implementar las ecuaciones constitutivas de estos materiales, mediante el desarrollo e incorporación de subrutinas. Se han validado los resultados obtenidos numéricamente mediante la modelización de campañas experimentales ya existentes. Se han comparado resultados a nivel de relaciones carga-desplazamiento, carga de fisuración, carga de plastificación, tensiones y deformaciones en el hormigón y en las armaduras, patrones de fisuración.

El objetivo de poder validar programas comerciales es que cuando en un futuro se quiera realizar un diseño con este tipo de armaduras se tengan al alcance herramientas sencillas de utilizar.

En el proceso de alcanzar el objetivo establecido, se establecen unos objetivos específicos:

- Elaborar un estado del conocimiento para saber qué propiedades tienen estos materiales, cómo se comportan estas aleaciones, cómo funcionan, en qué punto de desarrollo están las aleaciones con memoria de forma y como se pueden utilizar en el campo de las estructuras de hormigón.
- Escoger un modelo constitutivo de la literatura, mejorarlo si es necesario para su posterior implementación en un programa de elementos finitos.
- Implementar el modelo constitutivo escogido en un programa de análisis no lineal comercial mediante la inclusión de una subrutina en la que se programe dicho modelo constitutivo.
- Validar los resultados con los ensayos experimentales disponibles para poder utilizar este modelo en un laboratorio virtual de ensayos en un futuro. En la actualidad, únicamente se dispone de 3 campañas experimentales que fueron de gran interés ya que estudiaban las dos propiedades, pseudoelasticidad y efecto memoria de forma, más interesantes de las AMF, y por ello fueron las escogidas como datos de comparación.



### **1.3 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO**

El presente documento ha sido organizado en 5 capítulos, bibliografía y anejos. A continuación se hace una breve descripción de cada uno de ellos.

- Capítulo 1 – Introducción: en este capítulo se describe el planteamiento del problema y los objetivos propuestos al inicio de este trabajo.
- Capítulo 2 – Estado del conocimiento: en este capítulo se explica a la transformación martensítica gracias a la cual las AMF tienen unas características tan particulares. También se describe como se podrían aprovechar dichas características en estructuras de hormigón armado y se hace un breve repaso por algunas de las campañas experimentales existentes.
- Capítulo 3 – Modelo numérico: en este capítulo se describen los programas utilizados así como los modelos constitutivos de los materiales empleados. Por último, se describen las campañas experimentales que han servido para la validación de los programas y se hace un breve resumen de la metodología seguida a la hora de realizar los modelos numéricos.
- Capítulo 4 – Análisis de resultados: en esta sección se comparan los resultados obtenidos en los ensayos experimentales con los obtenidos de los modelos numéricos realizados.
- Capítulo 5 – Conclusiones: finalmente se exponen las conclusiones que se han obtenido al final del trabajo realizado y se proponen futuras líneas de investigación.



## **2 ESTADO DEL CONOCIMIENTO**

---

### **2.1 ALEACIONES DE MEMORIA DE FORMA**

#### **2.1.1 Definición**

Las aleaciones con memoria de forma (AMF), también conocidas por sus siglas en inglés como SMA (Shape Memory Alloy), son materiales con la habilidad de alcanzar grandes deformaciones y regresar a una forma predefinida tras su descarga o mediante su calentamiento [1]. Esta característica es la que permite a las AMF catalogarlas como materiales inteligentes ya que responden a estímulos exteriores. En las AMF dicha repuesta se produce de forma abrupta y pronunciada [2].

En lo que se refiere al campo de la ingeniería estructural, las propiedades fundamentales a considerar de las AMF son tres: el efecto de memoria de forma (Shape Memory Effect, SME), la superelasticidad y la capacidad de amortiguamiento.

La memoria de forma se refiere al fenómeno por el que las AMF son capaces de regresar a una forma predefinida tras su calentamiento. La superelasticidad es el fenómeno por el que las AMF pueden ser capaces de experimentar elevadas deformaciones inelásticas y volver a la forma original en el momento de descargar. La tercera propiedad se debe a la capacidad de convertir energía mecánica en energía térmica y, por tanto, relacionada con las dos mencionadas anteriormente, a la posibilidad de reducir movimientos o vibraciones de una estructura. Todas estas propiedades son, de hecho, el resultado de la transformación de fase reversible que experimentan las AMF, la llamada transformación martensítica [3].



### **2.1.1.1 Transformación martensítica**

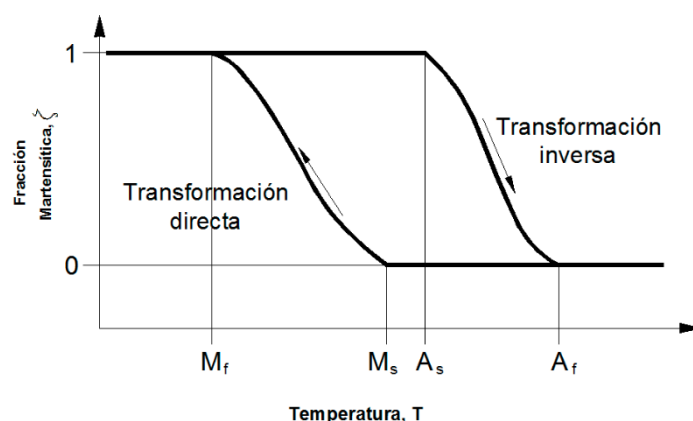
La transformación martensítica, o transformación directa, es una transformación de estado sólido displaciva y no difusiva en la que los átomos se mueven de manera ordenada conservando la posición relativa a sus vecinos [1]. Este desplazamiento de los átomos conlleva la aparición de esfuerzos de cizalla que deforman la red cristalina, produciéndose un cambio en ella, y producen un cambio de volumen [2].

Dado que es una transformación displaciva y no difusiva implica que no hay cambios en la composición química y que la nueva fase se constituye mediante pequeños desplazamientos coordinados de los átomos, donde los desplazamientos relativos entre átomos vecinos son más pequeños que la distancia interatómica original. Los átomos adyacentes continuarán siendo vecinos y se conservarán la composición y el orden atómico de la fase original. A pesar de que la variación de distancia relativa entre átomos es muy pequeña, el movimiento coordinado de los átomos da lugar a cambios importantes de volumen y deformaciones macroscópicas.

La transformación martensítica puede producirse, principalmente, mediante cambios de temperatura o por la aplicación de esfuerzos.

En el primer caso, la transformación martensítica se desarrolla en un intervalo finito de temperaturas, durante el cual hay una coexistencia de las dos fases: la austenita y la martensita (Figura 2-1). La transformación martensítica o transformación directa se induce al enfriar la fase austenita (de alta simetría y estable a alta temperatura) hasta que se alcanza la fase martensita (de baja simetría y estable a baja temperatura).

La temperatura en la que comienza el proceso se conoce por  $M_s$  (del inglés, Martensite start), mientras que  $M_f$  (Martensite finish) es la temperatura para la que finaliza la transformación. En el caso de que se disponga de una AMF a una temperatura para la que el material esté completamente en la fase martensita ( $T < M_f$ ), se puede inducir la transformación inversa, mediante calentamiento del material. De forma análoga a la anterior, la formación a la austenita comenzará a una temperatura  $A_s$  (Austenite start) y se completará a una temperatura  $A_f$  (Austenite finish). Es importante mencionar que el conjunto de temperaturas mencionado anteriormente depende del estado tensional en el que se encuentra la aleación. Dicha característica se puede ver en la Figura 2-2, donde para cada estado tensional existe un conjunto de temperaturas de cambio de fase diferente.



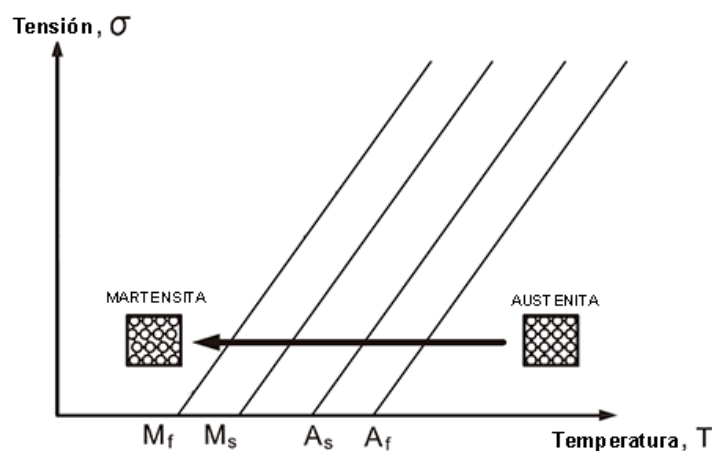
**Figura 2-1. Transformación de fase en AMF en función de la temperatura**

La transformación presenta una histéresis térmica, es decir, las transformaciones directa e inversa no tienen lugar en los mismos intervalos de temperatura. Cuando la histéresis térmica es pequeña, es decir, ambas transformaciones se producen en intervalos de



temperatura similares (desde unos pocos grados hasta algunas decenas de grados), la transformación es termoelástica. En este tipo de transformaciones se producen tensiones tangenciales y pequeños cambios de volumen, entorno al 0.50%. El cambio de fase se producirá siempre que haya un enfriamiento en el material, si éste se detiene, manteniéndose la temperatura constante, el proceso quedará interrumpido. De manera equivalente, la transformación inversa ocurrirá siempre que haya un calentamiento y se detiene al no haber aumento de temperatura. Debido a este hecho se dice que la transformación es atérmica por el hecho de que sea sólo función de la temperatura a la que la aleación se enfría o calienta, y resulte independiente del tiempo.

Existe otro tipo de transformaciones martensíticas, las llamadas transformaciones no típicamente termoelásticas o de tipo *burst*. Las principales características de este grupo de transformaciones son los pequeños intervalos en los que se produce el cambio de fase, se produce un gran cambio de volumen, es prácticamente irreversible y la histéresis térmica es elevada.



**Figura 2-2. Diagrama de fase esquemático para una AMF Ni-Ti**

La transformación martensítica, desde un punto de vista microscópico, se produce en dos fases. La primera fase consiste en un proceso de nucleación heterogénea, se produce preferencialmente en bordes de grano y/o defectos, y a la que le sigue una segunda fase de un crecimiento de la fase previamente nucleada. Las interfases están constituidas por un plano de hábito, plano común y macroscópicamente invariante que avanza con la transformación. Además, la zona que envuelve a esta región se ve sometida a un campo de esfuerzos elevado que promueve las deformaciones plásticas, este último fenómeno se ve acentuado cuanto menos termoelástica es la transformación. En cualquier caso, el sistema intenta reducir la energía de la deformación asociada a la cizalla sobre el plano de hábito y al cambio de volumen mediante mecanismos, como la forma de agujas típica en los dominios de martensita. Esto produce un almacenamiento de energía elástica en el entorno de la zona transformada.

Desde el punto de vista cristalográfico, la fase austenita, la fase estable a altas temperaturas, tiene más simetría que la martensita, fase estable a bajas temperaturas. La fase austenita posee un sistema cristalino cúbico mientras que el sistema cristalino de la martensita puede ser tetragonal, ortorrómbico, monoclinico etc., el sistema cristalino adoptado por la martensita dependerá de la composición de la aleación. Así, existen diversas orientaciones o variantes de la fase martensita compatibles con una única forma de la fase austenita. La célula cristalográfica 2D de la Figura 2-3 representa un material ideal que experimenta la transformación y que, dependiendo de la orientación que tomaran, producirían distintos esfuerzos de cizalla.



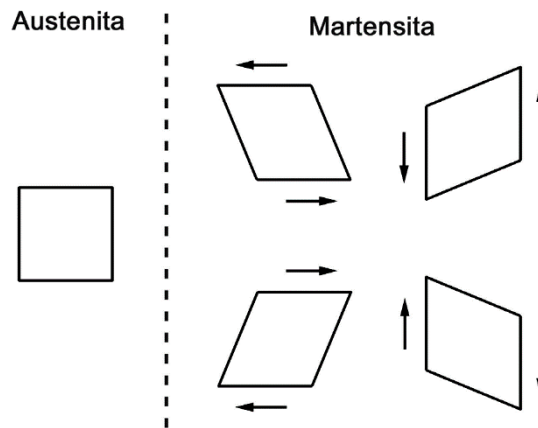


Figura 2-3. Esquema de la transformación martensítica a nivel cristalográfico

A partir de una única orientación de la celda original y dependiendo de cuál sea la dirección del esfuerzo de cizalla asociado, se pueden obtener hasta cuatro orientaciones diferentes de martensita. En el caso de la transformación inducida por temperatura, sin aplicar esfuerzo exterior alguno, la menor simetría de la martensita provoca la formación de diferentes variantes, cada una con su propio cambio de forma asociado. Como las células cristalográficas tienen relación entre sí, a menudo los cambios de forma son opuestos. Este mecanismo, conocido como autoacomodación, ya que se producen variantes autoacomodadas, es utilizado por la martensita para disminuir la deformación macroscópica global y por tanto, la energía de deformación.

En el caso en el que se induzca la transformación martensítica únicamente por temperatura, la acomodación se producirá por maclado (*twinned*), siendo ésta reversible una vez se devuelva a su temperatura inicial. Sin embargo, si cuando nos encontramos con una acomodación por maclado aplicamos tensión la martensita (Figura 2-4-a) trayectoria 2) se seguirá acomodando (*detwinned Martensite*) para permitir la máxima deformación llegándose a producir deformaciones plásticas después de la descarga. En este caso se ha producido una acomodación por deslizamiento. Se podrá devolver la AMF a su fase austenítica mediante un aumento de la temperatura por encima de  $A_f$ . (Figura 2-4-b) trayectoria 4)

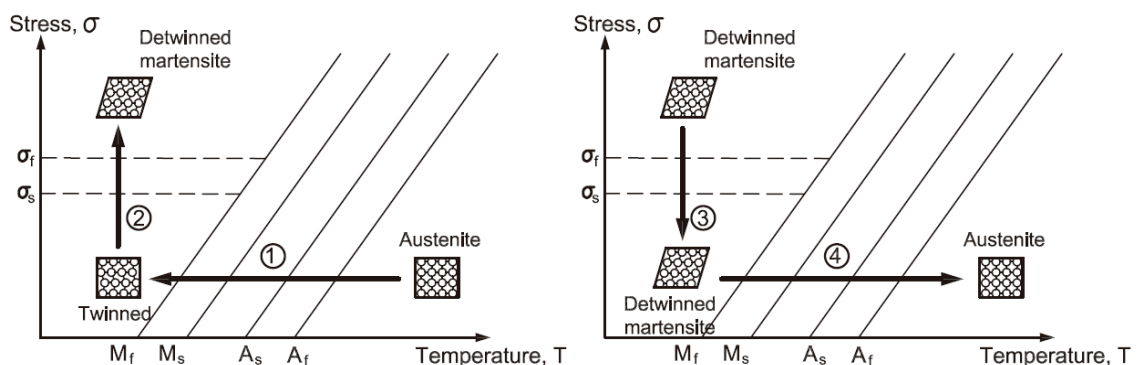


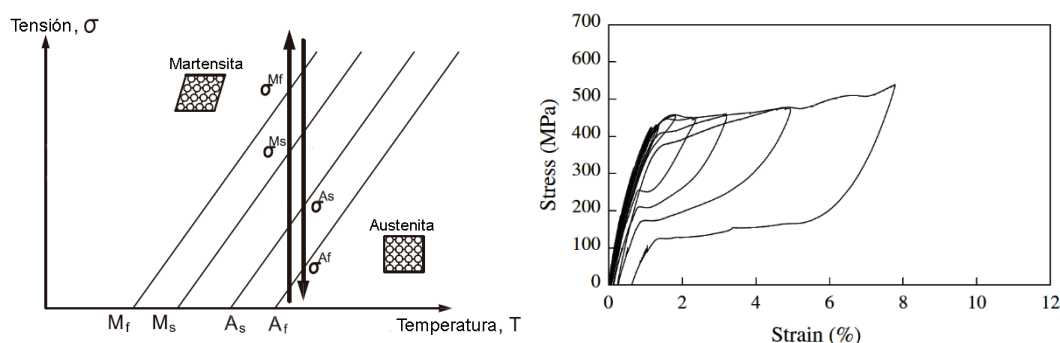
Figura 2-4. Diagrama de fase esquemático para una aleación Ni-Ti. a) Enfriado (1) de la AMF y posterior aplicación de carga (2). b) Descarga (3) y posterior calentamiento (4) de la AMF [1]

En principio todas las orientaciones tienen la misma energía libre, lo que quiere decir que a efectos prácticos, todas las variantes martensíticas tienen la misma probabilidad de formarse. Por lo tanto, al bajar la temperatura para producir la transformación de austenita a martensita, el cambio de forma macroscópica de nuestro material será inapreciable, ya que variantes adyacentes tienden a compensar sus deformaciones.



También es posible inducir la transformación martensítica mediante la aplicación de un esfuerzo externo sobre una AMF que esté en fase austenita ( $T > A_f$ ). En este caso, la transformación martensítica es la misma que la comentada anteriormente, con la diferencia principal que, induciendo la transformación mediante un esfuerzo externo, sólo aparecerán las variantes de martensita con un cambio de forma intrínseco en la dirección del esfuerzo aplicado. La recuperación total de esta deformación, al dejar de aplicar el esfuerzo, tiene lugar mediante la transformación martensítica inversa (Figura 2-5 a)) [4].

El diagrama tensión-deformación para una AMF a temperatura  $T > A_f$ , está formado por una fase inicial elástica, con el módulo elástico inicial de la austenita, una fase pseudoplástica muy horizontal, en la que se produce la transformación de fase de austenita a martensita por inducción mecánica, y otra fase elástica con el módulo inicial de la martensita. En cualquier punto del diagrama tensión deformación, al descargar, el material volverá al origen del diagrama sin deformaciones permanentes y realizando un ciclo que presenta histéresis. No se producen deformaciones permanentes al final del ciclo y el material es capaz de disipar energía produciendo un efecto amortiguador debido a la histéresis. Si en este último caso, la tensión se continuara incrementando después de la fase elástica de la martensita, se produciría una rama pseudo-plástica de martensita no recuperable al descargar. En el diagrama tensión – deformación de la Figura 2-5 b) se observa como tras varios ciclos de carga y descarga la deformación remanente es casi nula. Sin embargo, cuando se supera una cierta tensión se ve como si se producen deformaciones plásticas.



**Figura 2-5. a) Diagrama de fase esquemático para una aleación Ni-Ti sometida únicamente a esfuerzos. b) Diagrama tensión – deformación para una aleación Ni-Ti. [1] [5]**

Cabe destacar, como ya se ha explicado previamente, que no todas las aleaciones con transformación martensítica son óptimas para obtener los efectos de memoria de forma y pseudoelasticidad deseados. Desde el punto de vista funcional y tecnológico es necesario que la transformación sea termoelástica ya que, de esta manera la transformación es reversible y tiene lugar el proceso de autoacomodación por maclado. Las aleaciones más conocidas se encuentran dentro de este grupo termoelástico, a saber: Ni-Ti, Cu-Zn-Al, Cu- Al-Ni, Ni-Mn-Ga, Au-Cd, etc.

## **2.1.2 Propiedades, aplicaciones y ejemplos**

### **2.1.2.1 Memoria de forma**

El efecto memoria de forma (o efecto memoria de forma simple) es la capacidad que tiene un material para deformarse mediante un esfuerzo aplicado (aparentemente de manera plástica) y recuperar posteriormente su forma original mediante un simple calentamiento. Este efecto se produce gracias a la existencia de una transformación martensítica. Es posible explicar este efecto de manera esquemática para un cristal de austenita mediante la Figura 2-6.

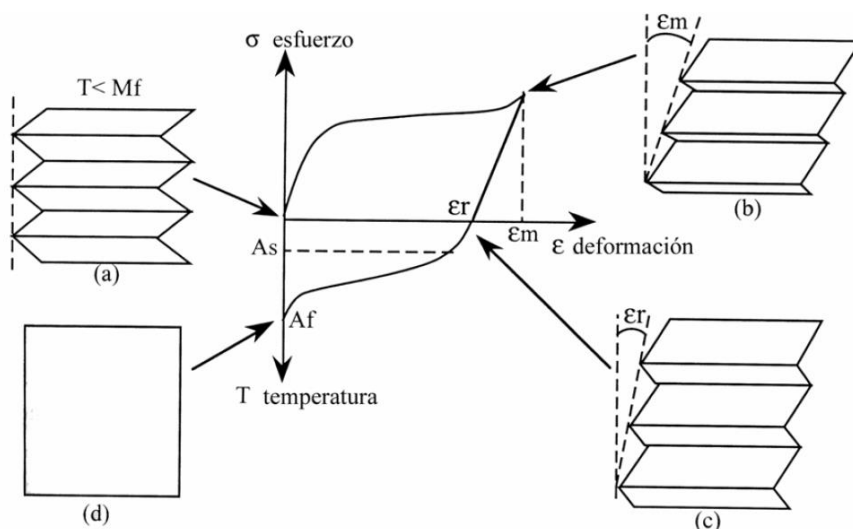


En primer lugar, el material se enfría sin esfuerzo, partiendo desde una temperatura superior a  $A_f$ , hasta una temperatura inferior a  $M_f$ . En este paso se produce la transformación directa (de austenita a martensita) y la martensita se forma de una manera autoacomodada para minimizar la energía del sistema, de manera que la forma macroscópica del material no cambia.

Posteriormente se aplica un esfuerzo creciente de manera que la aleación se deforma. Esta deformación es el resultado de la deformación elástica de la martensita, así como de la reorientación de las variantes formadas durante el enfriamiento, las cuales se mueven con facilidad, de manera que se acomodan al esfuerzo aplicado. Si el esfuerzo se aplica con la intensidad y dirección adecuada se puede incluso llegar a conseguir una martensita monovariante. En este punto cabe destacar que si el esfuerzo es muy grande se puede introducir deformación plástica u otro tipo de efectos que hagan que el proceso no sea totalmente reversible.

A continuación, el esfuerzo se relaja conservándose una deformación residual.

Finalmente, la aleación recupera su forma original mediante la elevación de la temperatura por encima de  $A_f$ . La deformación residual desaparece a través de la transformación inversa a austenita de una forma reversible.



**Figura 2-6. Esquema del efecto memoria de forma. El material, inicialmente en el estado austenítico (d), se enfría hasta llegar a la fase martensita autoacomodada (a). Posteriormente se aplica un esfuerzo provocando una deformación macroscópica (b) que al relajar el esfuerzo puede llegar a disminuir (c). Finalmente se calienta el material de manera que se llega a la forma inicial de manera espontánea (d).**

Dado que se devuelve a la aleación a su estado inicial, si antes del calentamiento se impiden las deformaciones, la AMF produce una elevada fuerza (tensión de recuperación). Es esta elevada fuerza la que hace que estas aleaciones sean de interés en la ingeniería civil ya que puede emplearse como fuerza de pretensado. Para ello se trataría de dejar embebidas barras de AMF en fase martensita con una deformación residual y, una vez endurecido el hormigón, aplicar un calentamiento a las barras. Éstas al contraerse generarían la fuerza de pretensado.

Esta técnica de pretensado abre un gran abanico de posibilidades en la ingeniería civil ya que no se precisa de gatos hidráulicos y no se producen pérdidas por rozamiento por lo que sería de interés su uso cuando el trazado del pretensado sea particularmente curvo. Otra ventaja es que puede hacerse en cualquier momento de la vida útil del elemento lo que permitiría el diseño de estructuras adaptativas que respondan al nivel de carga en el momento de uso. Esto permitiría evitar fenómenos como la fisuración en

vacío y poder diseñar estructuras más esbeltas. Además, gracias a su buen comportamiento frente a la corrosión se podría concebir estructuras pretensadas expuestas a ambientes agresivos.

Destaca el refuerzo de un puente en Michigan [6] mediante postesado exterior realizado con barras de AMF, tras una investigación de laboratorio de las posibilidades de refuerzo exterior de fisuras a cortante. En este caso se utilizó una aleación Fe-28Mn-6Si-5Cr que podía desarrollar tensiones de recuperación de 255 MPa tras calentarlo a 300°C. Se evaluó el efecto que las temperaturas exteriores extremas podían causar en la fuerza remanente del pretensado, concluyendo que las variaciones de tensión eran de pequeña magnitud. El estudio demostró que el postesado con AMF permitía cerrar en gran medida la fisuración a cortante, recuperando la ductilidad inicial y la capacidad de carga de la viga rehabilitada.

Hasta ahora se ha visto cómo conseguir el efecto memoria de forma mediante una deformación plástica y un calentamiento posterior para volver a la fase austenita. Existe la posibilidad de conseguir un efecto memoria realizando el proceso contrario, que el material *recuerde* una forma mediante enfriamiento. Si una AMF fuese capaz de seguir las dos trayectorias mencionadas hablaríamos de doble efecto memoria de forma.

Esta segunda forma de manifestar el efecto memoria de forma no se produce de manera espontánea, sino que se debe *entrenar* a la aleación. Los procesos de entrenamiento para obtener este efecto más utilizados en la práctica son los que no conllevan difusión atómica [2]. De éstos, los tres más comunes son los siguientes:

- Entrenamiento mediante efecto de memoria simple. Consiste en repetir ciclos sucesivos de deformación hasta llegar a la martensita y calentamiento hasta volver a la austenita.
- Entrenamiento mediante transformación inducida por esfuerzo. Se realizan ciclos de carga y descarga pseudoelásticos a temperaturas superiores a  $A_f$ .
- Entrenamiento mediante ciclado termomecánico. Este método es una combinación de los dos anteriores. Consiste en aplicar un esfuerzo externo constante, sin llegar a ser tan elevado como para inducir la martensita, y aplicar ciclos térmicos hasta que la transformación y la retransformación tengan lugar de manera completa.

Los procesos descritos anteriormente introducen y ordenan defectos cristalinos en la matriz que favorecen la nucleación de las variantes de martensita adecuadas para que la fase de baja temperatura tenga la forma que se ha inducido repetidamente. Posteriormente, al enfriar sin ningún esfuerzo externo, estos defectos promueven de manera espontánea la creación de estas variantes en detrimento del resto de orientaciones alternativas que cristalográficamente también son compatibles, y hacen que el material adopte de manera automática la forma macroscópica de baja temperatura.

#### **2.1.2.2 Pseudoelasticidad**

La pseudoelasticidad es la propiedad que ocurre cuando la transformación martensítica se induce únicamente mediante la aplicación de esfuerzos y la aleación se encuentre totalmente en fase austenita ( $T > A_f$ ). En este caso, al aplicar el esfuerzo se consiguen deformaciones macroscópicamente apreciables (pueden llegar a ser del 10%) y sólo aparecen las variantes con un cambio de forma intrínseco en la dirección del esfuerzo aplicado. Al retirar el esfuerzo aplicado, siempre que no se haya plastificado la martensita, la aleación vuelve a su deformación inicial con cierta histéresis mecánica. Si comparamos una aleación Ni-Ti con el acero convencional de armadura, la principal diferencia la encontramos en la magnitud deformación recuperable, existe un orden de



magnitud entre ellas. En el acero ésta puede ser del orden del 0.3% mientras que en el Ni-Ti puede llegar al 8%

Cuando se desea trabajar esta propiedad del material, la temperatura también tiene un papel muy importante, ya que el esfuerzo crítico  $\sigma^{M_s}$  crece con la temperatura (Figura 2-5 a)). Por ejemplo, si la temperatura de trabajo está lejos de  $M_s$  (temperaturas muy elevadas), los esfuerzos necesarios podrían llegar a ser tales de provocarían una deformación plástica y/o la fractura de la aleación antes de llegar a la nucleación de la martensita. Por otro lado, si la temperatura está cerca de la temperatura  $M_s$  (sólo ligeramente por encima de  $M_s$ ), la transformación inversa al retirar el esfuerzo tendrá dificultades para producirse, ya que ésta sí que se produce térmicamente. En este caso el material quedaría deformado, aunque se podría recuperar dicha deformación plástica con un posterior aumento de la temperatura que induciría la transformación inversa, se estaría produciendo el efecto de memoria de forma simple.

Desde el punto de vista de la ingeniería civil, la pseudoelasticidad es la característica que más se ha investigado hasta la fecha. Una posible utilización sería su uso como armadura pasiva en estructuras de hormigón. Al emplear aleaciones AMF como armadura pasiva, la superelasticidad permite que la armadura “plastifique” sin presentar deformaciones permanentes significativas, lo que resulta especialmente relevante en caso de carga sísmica. Su colocación sería muy conveniente en zonas de uniones ya que así se facilitaría la formación de rotulas plásticas y la consiguiente disipación de energía.

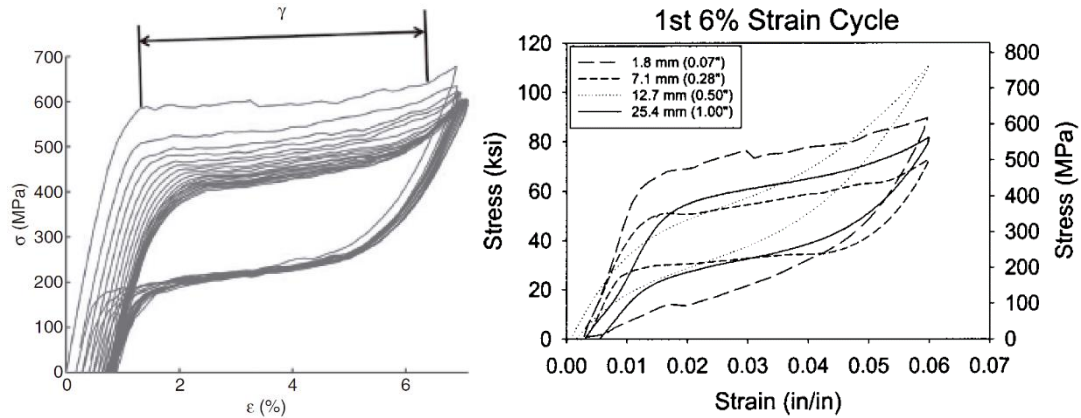
Sin embargo, las armaduras pasivas de AMF, además de presentar módulos de elasticidad bajos comparados con los del acero, pueden generar posibles problemas de adherencia, ya que hasta la fecha se han utilizado en forma de barras o alambres lisos.

Otro posible uso sería su empleo como fibras embebidas en hormigón, actuando así como refuerzo tridimensional, proporcionando ductilidad al hormigón, y disminuyendo la propagación de fisuras. Las fibras de acero comúnmente empleadas experimentan deformaciones permanentes una vez plastifican por lo que pierden la capacidad de absorber mayor energía y recuperar la configuración inicial. Sin embargo, las fibras AMF pueden recuperar deformaciones considerables absorbiendo energía de forma continuada. Por este motivo, probablemente, su utilización será más ventajosa.

Otro ámbito de especial interés, es la utilización de las AMF en amortiguadores para el control de la respuesta sísmica, ya sean aisladores, diagonales, sujeciones sísmicas estribo-tablero, amortiguamiento de vibraciones de tendones en puentes atirantados u otros elementos. La capacidad de amortiguamiento de las AMF en fase martensita es mucho mayor (se producen deformaciones plásticas) que cuando están en fase austenita al tener un ciclo de histéresis mecánica mayor. Sin embargo, en fase martensita no existe la capacidad de recentrado al eliminar la carga y por ello pierde son de menor interés.

Numerosos estudios se han realizado para intentar caracterizar el comportamiento de las AMF bajo cargas cíclicas. De dichos estudios se concluye que se produce una bajada en la tensión a la que se produce la transformación directa,  $\sigma^{M_s}$  con el número de ciclos de carga [7]. El motivo por el que se produce dicha caída de transformación es que se producen pequeños deslizamientos localizados e irreversibles en la estructura cristalina. En la tensión de transformación inversa,  $\sigma^{A_s}$ , no se observan variaciones significativas. También se observa un aumento de las deformaciones permanentes con el número de ciclos aplicados. Sin embargo, todos los fenómenos mencionados parecen estabilizarse a partir de un cierto número de ciclos (Figura 2-7 a)).



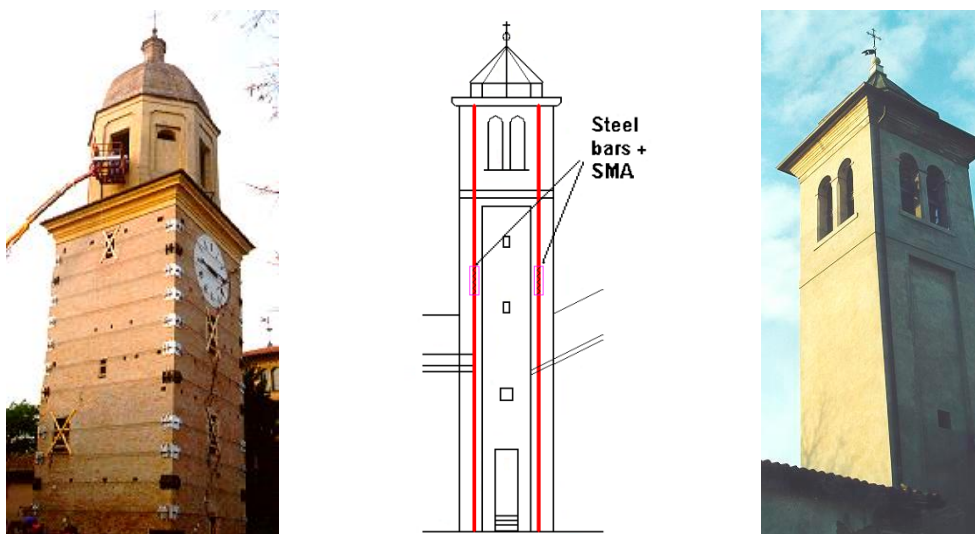


**Figura 2-7 a) Resultados de un ensayo cíclico a tracción de un alambre de Ni-Ti [7]. b) Comparación de la curva tensión-deformación para barras y alambres de Nitinol de diferentes diámetros, 1.8, 7.1, 12.7 y 25.4 mm [8].**

Es importante mencionar que existe un efecto del tamaño en la capacidad de amortiguación y en la resistencia a rotura [8]. Tal y como se muestra en la Figura 2-7 b), existen ciertas diferencias en el gráfico tensión-deformación entre los alambres y las barras. En los alambres ( $\Phi$  1.8) se obtiene la mayor amortiguación viscosa equivalente en comparación con las barras ( $\Phi$  7.1, 12.7, 25.4 mm). Las características mecánicas de las AMF son extremadamente sensibles a la composición y a los tratamientos termomecánicos aplicados al material. Una diferencia del 0.10% en la cantidad de titanio puede afectar considerablemente a la meseta pseudoplástica y la histéresis mecánica. Para entender mejor y cuantificar las diferencias entre tipologías de elementos, las propiedades mecánicas de las SMA deben ser evaluadas como función de las deformaciones cíclicas y del diámetro del elemento.

En 1996 se produjo un terremoto de magnitud 4,8 en la escala de Richter causando daños estructurales en el campanario de la Iglesia de San Giorgio en Trignano, Italia. Tras un análisis de las partes dañadas se decidió reforzar mediante refuerzo vertical la torre para incrementar la resistencia a flexión y asegurar la integridad de la torre [9]. El refuerzo vertical estaba compuesto por cuatro tirantes pretensados colocados en las esquinas interiores sin perforar la mampostería, con el objetivo de incrementar la resistencia a flexión del campanario. Cada tirante llevaba consigo dispositivos amortiguadores con AMF (SMAD). Los dispositivos están formados por 60 alambres Ni-Ti de 1 mm de diámetro y 300 mm de longitud, se colocaron en el tercer nivel del campanario. Los SMAD fueron también postesados con el fin de mantener constante la compresión en la mampostería, pero por debajo de los 20 kN. El objetivo de los dispositivos era actuar como limitadores de carga en caso de sismo, actuando en zona pseudoelástica. Finalmente en el año 2000 se produjo un terremoto de magnitud 4,5 en la escala de Richter. Después de una inspección de la estructura no se observaron daños y el campanario mantuvo su forma inicial.





**Figura 2-8. a) Daños ocasionados por el terremoto de 1996 en la basílica de San Francisco. b) Esquema de la actuación en el campanario. c) Restauración final del campanario [9].**

### **2.1.3 Tipologías de AMF**

El primer hallazgo de un material con memoria de forma fue documentado por Chang y Read en 1951, que observaron una transformación de fase reversible en una aleación Au-Cd [10]. En 1963, Buehler et al. [11] descubrieron el efecto de memoria de forma en una aleación de Níquel-Titanio (Nitinol), hecho que supuso el despegue de la investigación internacional en este campo y la aparición de las primeras aplicaciones reales del Nitinol. Desde entonces se han descubierto diferentes tipos de aleaciones con memoria de forma, aunque las aleaciones Ni-Ti, en algunos casos con un tercer componente, son las que poseen, hasta la fecha, mejores propiedades para las aplicaciones en ingeniería civil [12]. El inconveniente principal para la utilización de estas aleaciones en estructuras de hormigón es su coste. En 1982 se descubrió el efecto memoria de forma en una aleación Fe-Mn-Si y desde entonces se han conseguido numerosas aleaciones con memoria de forma en base Fe [13], hecho que sin lugar a dudas contribuirá a disminuir el precio de estos materiales y a hacerlos mucho más competitivos.

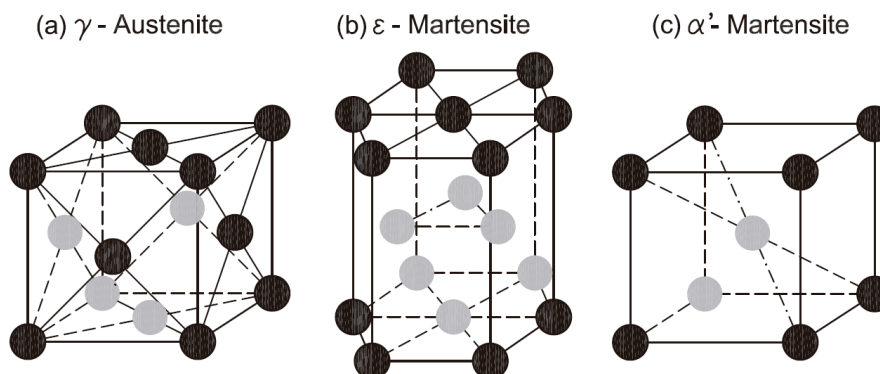
De esta manera, desde el punto de vista de la ingeniería civil, podemos definir dos tipos de AMF: AMF basadas en Ni-Ti-X, cuyo principal uso será el de mecanismos de amortiguación, ya sean aparatos amortiguadores o uniones viga-pilar con armadura hecha de AMF. Por otro lado, tendremos las AMF cuyo principal componente será el hierro (*Fe-based SMAs*). Dentro de este tipo de aleaciones es posible distinguir dos grupos [14].

El primer grupo está compuesto por aleaciones como Fe-Pt, Fe-Pd y Fe-Ni-Co, que muestran características de la transformación martensítica termoelástica, similar a la que se produce en el Nitinol. En las aleaciones con platino y paladio, después de haber llevado a cabo amplios estudios, no se observa pseudoelasticidad a temperatura ambiente. En 2010, Tanaka et al [15] presentó la aleación Fe-29Ni-18Co-5Al-8Ta-0.01B (aleación nº7, Tabla 2-2) con un límite elástico de aproximadamente 750 MPa y tensiones últimas superiores a 1200 MPa. Además, permite una recuperación casi total de la deformación al descargar tras alcanzar deformaciones cercanas al 13.5%. Su ciclo de carga-descarga presenta un alto nivel de histéresis, mucho mayor que el del Nitinol. De esta manera sería de gran interés en usos ligados a la superelasticidad y a la capacidad de amortiguamiento, si bien se debe mencionar que esta aleación sólo

presenta efectos de superelasticidad cuando se presenta en láminas muy delgadas y que, por tanto, todavía debe desarrollarse para elementos de mayor espesor que puedan utilizarse en el sector de la construcción. También se han encontrado buenas propiedades superelásticas a temperatura ambiente en la aleación Fe–36Mn–8Al–8.6Ni con deformaciones recuperables del 5% y deformaciones últimas del 8%.

El segundo grupo está compuesto por aleaciones como Fe–Ni–C o Fe–Mn–Si. Estas aleaciones poseen una amplia histéresis térmica y muestran el efecto de memoria de forma. La AMF Fe–Mn–Si han sido ampliamente estudiadas en las últimas décadas debido a su bajo coste, buena trabajabilidad, buen mecanizado y buena soldabilidad [16]. A día de hoy sus aplicaciones reales son muy limitadas excepto en algún caso como su uso en uniones de tuberías o de carriles de puentes grúas.

Las diferencias de comportamiento mecánico explicadas anteriormente se pueden explicar a nivel cristalino. En las aleaciones Ni–Ti la transformación martensítica consiste en pasar de la austenita con estructura cúbica centrada (BCC) a la martensita con estructura ortorrómbica centrada (BCT). En las aleaciones con base ferrítica se pasa de una fase  $\gamma$ -austenita, cúbica centrada en las caras (FCC), a una fase  $\varepsilon$ -martensita, hexagonal compacta (HCP) o  $\alpha'$ -martensita, ortorrómbica centrada (BCT), en este caso la transformación es no termoelástica.



**Figura 2-9. Estructuras cristalinas**

El efecto memoria de forma (SME) de las aleaciones Fe–Mn–Si se explica por una transformación martensítica, inducida por esfuerzos externos, de  $\gamma$ -austenita a  $\varepsilon$ -martensita a baja temperatura y una transformación inversa a altas temperaturas. El problema que surge a la hora de diseñar este tipo de aleaciones es que para elevadas cantidades de Mn la fase  $\gamma$ -austenita se estabiliza, haciéndose más difícil la transformación inducida por esfuerzos. Sin embargo, cuando el contenido en Mn es bajo, al aplicar la carga se forman los dos tipos de martensita,  $\varepsilon$  y  $\alpha'$ . La fase  $\alpha'$ -martensita es irreversible y por tanto si se alcanza ésta se bloquea el SME. En 1982 Sato et al [17] descubrieron que la adición de sílice, Si, bloqueaba la formación de  $\alpha'$ -martensita y por tanto se permitía el SME. También se observó que el cromo, Cr, tenía poca influencia en el comportamiento mecánico y por lo tanto su adición era adecuada para mejorar su resistencia a la corrosión. Si la cantidad de Cr excede el 7% se produce la aparición de martensita en fase R, estructura hexagonal romboédrica, que inhibe la memoria de forma. La manera más efectiva de bloquear la formación de la fase R es mediante la adición de Ni.

Es importante mencionar que para alcanzar elevadas deformaciones recuperables, del orden del 4%, en aleaciones Fe–Mn–Si es necesario someter al material a tratamientos termo-mecánicos. Así pues en los últimos años el desarrollo de estas aleaciones se ha centrado en la obtención de grandes deformaciones recuperables sin la necesidad de “entrenar” al material. Ejemplos de estas nuevas aleaciones pueden verse en la Tabla

2-1Tabla 2-2. Estos avances sugieren la adición de distintos tipos de precipitados en la microestructura de la aleación como el carburo de niobio, NbC, el nitrúro de vanadio, VN, el carburo de cromo, Cr<sub>23</sub>C<sub>6</sub>, o el carburo de vanadio. La adición de estos precipitados genera un amplio campo de deformaciones elásticas en las proximidades de los precipitados, esto produce una dirección preferencial en la nucleación.

**Tabla 2-1. Tensiones de recuperación y temperaturas de transformación para diferentes aleaciones Fe-Mn-Si [1].**

Composición (Masa, %)	Comentarios	Tensión de Recuperación (°C)	Temperatura (°C)	Referencia
Fe-28Mn-6Si-5Cr	Sin entrenamiento, 5-8% deformación previa	130	350	[14]
	Con entrenamiento, 5-8% deformación previa	180	350	[14]
Fe-28Mn-6Si-5Cr- 0.5(Nb, C)	Sin laminación previa	145	400	[18]
	6% laminación previa	255	400	[18]
	14% laminación previa	295	400	[18]
	70% laminación previa	200	400	[18]
Fe-19Mn-5Si-8Cr- 5Ni	Prensado angular y 4.5% deformación previa en TI	460	500	[19]
Fe-16Mn-5Si-10Cr- 4Ni-1(V, N)	4% deformación previa a -45 °C	500	225	[20]
	4% deformación previa en TI	440	160	[20]
Fe-15Mn-4Si-8Cr-4Ni- 0.012C	Aleación extruida en frío - 6% deformación previa en TI - Temperatura de recocido 650 °C	520	-	[21]
Fe-15Mn-4Si-8Cr-4Ni- 0.12C	Aleación extruida en frío - 8% deformación previa en TI - Temperatura de recocido 650 °C	535	-	[21]
Fe-15Mn-4Si-8Cr-4Ni- 0.18C	Aleación extruida en frío - 4% deformación previa en TI - Temperatura de recocido 750 °C	565	-	[21]
Fe-17Mn-5Si-10Cr- 4Ni-1(V, C)	4% deformación previa en TI	580	130	[22]

**Tabla 2-2. Ejemplo de temperaturas de transformación y aplicaciones de AMF**

Nº	Aleación	Fuente	Composición (% peso)	M <sub>f</sub> (°C)	M <sub>s</sub> (°C)	A <sub>s</sub> (°C)	A <sub>f</sub> (°C)	Fase Temp. Ambiente en Artículo	Aplicación en Artículo
1	Ni-Ti	[23]	49,2;50,8	-85	-56	-16	12	Austenita	Superelasticidad
2		[24]	49,2;50,8	0	35	53	71	Martensita	Memoria de forma
3	Ni-Ti-Nb	[25]	47,45;37,86;14,69	-66	-34	-10	22	Martensita- Austenita	Memoria de forma
4				-74	-18	105	139	Martensita- Austenita	Memoria de forma
5	Cu-Al-Be	[26]	87,7;11,8;0,5	-47	-18	-20	2	Austenita	Superelasticidad Amortiguación
6	Fe-Mn-Si- Cr-Ni- (V,C)	[13]	63;17;5;10;4;1	-90	-75	85	110	Martensita- Austenita	Memoria de forma
7	Fe-Ni-Co- Al-Ta-B	[15]	59,05;28;17;11,5;2,5;0,05		-86		-62	Austenita	Superelasticidad

En la Tabla 2-2 se muestran las temperaturas de transformación para diferentes aleaciones con memoria de forma. De estas aleaciones podemos destacar las número 3 y 4 que teniendo la misma composición pero historiales de deformación diferentes tienen temperaturas de transformación considerablemente diferentes. Por último destacar las aleaciones 6 y 7. La aleación 6 presenta unas propiedades que la hacen adecuada para su uso en dispositivos de pretensado al no tener una temperatura A<sub>f</sub> demasiado elevada que pudiera dañar el hormigón y tener una temperatura M<sub>s</sub> suficientemente baja como para no alcanzarse en toda la vida útil de la estructura. La aleación 7 ya comentada anteriormente posee unas propiedades mecánicas realmente buenas, deformaciones recuperables del 13,5 %.

## 2.2 CAMPAÑAS EXPERIMENTALES EXISTENTES CON AMF

Hasta la fecha son pocos los ejemplos de empleo de AMF en la ingeniería civil. Se trata de una tecnología todavía poco madura debido a sus elevados costes y dificultades de fabricación, pese a haberse realizado avances en el desarrollo de aleaciones de base ferrítica que han permitido reducir considerablemente su coste [3]. En este apartado se ha hecho un resumen de las campañas y ensayo más relevantes hechos hasta la fecha.





## AMF con pseudoelasticidad

### a) Alambres o barras AMF

A pesar de tener muy buenas propiedades amortiguadoras, las armaduras de AMF adolecen de dos grandes problemas, el primero es que su módulo elástico es muy bajo en comparación al acero, con lo que en estados límite de servicio se producirían deformaciones excesivas, y el segundo es la adherencia con el hormigón, hasta la fecha el suministro de barras de AMF es en forma de barras lisas. Los cordones o tendones hechos de alambres de AMF podrían ser utilizados en la construcción de nuevos elementos estructurales, tanto como armadura pasiva como activa, ya que se benefician del efecto tamaño. Al estar compuestos por alambres de diámetros pequeños su límite y módulo elástico así como su histéresis es mucho mayor, Figura 2-7 b).

Reedlunn et al. [27], [28] realizaron ensayos experimentales para caracterizar las propiedades termo-mecánicas de tendones AMF, identificando sus ventajas e inconvenientes con el objetivo de contribuir en el desarrollo nuevas configuraciones de los mismos. Sin embargo, estos tendones no han sido utilizados hasta la fecha en aplicaciones relacionadas con hormigón estructural.

En 2003, Sakai et al. [29] presentaron los resultados de una campaña experimental de elementos de mortero de cemento armados con una AMF superelástica (Ti-Ni) para estudiar la capacidad de recuperación de deformaciones excesivas causadas por un terremoto. Llevaron a cabo ensayos estáticos, demostrando que la superelasticidad permitía la recuperación de grandes flechas, reduciendo las deformaciones residuales a 1/10 de las deformaciones máximas. Sin embargo, también constataron el problema de adherencia entre los alambres de Ti-Ni y el mortero, ya que únicamente se formó una fisura en el centro de la luz.

Saïdi et al [30] llevaron a cabo un estudio piloto sobre el comportamiento bajo cargas cíclicas de vigas de hormigón reforzadas con AMF superelásticas. Los resultados experimentales mostraron que las flechas residuales medias de las vigas reforzadas con NiTi eran menores a una quinta parte que la de los elementos reforzados con acero. Sin embargo, el bajo módulo elástico de la aleación utilizada producía una disminución de la rigidez significativa de los elementos de hormigón armado, lo que podría ser deseable para algunas aplicaciones, como para la resistencia al sismo, pero indeseable para otras. Por este motivo, complementaron su investigación con un estudio analítico de elementos híbridos, reforzados con acero de alta resistencia o CFRP (polímeros reforzados con fibras de carbono) y AMF, demostrando que en este caso era posible contar con una mayor rigidez y una recuperación parcial de las deformaciones.

Kuang y Ou [23] presentaron, en 2008, la posibilidad de reforzar vigas de hormigón con alambres de AMF en austenita combinadas con fibras frágiles con materiales adhesivos, observando cómo estas vigas eran capaces de recuperar casi la totalidad de la flecha, cerrando las fisuras, tras la desaparición de las cargas externas. Las fibras frágiles, al romper por efecto de la fisuración, dispersan los adhesivos directamente en el interior de las fisuras, recuperando la rigidez inicial de las vigas.

En 2010, Wierschem y Andrawes [31] desarrollaron un material compuesto AMF-FRP de refuerzo para estructuras de hormigón, con el objetivo de mejorar la ductilidad y la capacidad de amortiguamiento de las barras de FRP (polímeros reforzados con fibras). Los resultados experimentales mostraron que remplazando un 25% en volumen de las fibras de vidrio por alambres AMF, la ductilidad aumentaba un 64% y la energía elástica disipada incrementaba hasta 2,6 veces la del material FRP sólo.

En 2013, Abdulridha et al. [5] desarrolló una campaña experimental de vigas con armadura AMF en la zona crítica a flexión bajo carga monotónica, cíclica y cíclica inversa. En las vigas con armaduras de Nitinol, observaron una reducción de los



desplazamientos residuales y del ancho de fisura, así como un aumento de la carga última y de la carga asociada a la plastificación. Como se verá más adelante, ésta es una de las campañas escogidas para modelar numéricamente.

La ductilidad y sobrerresistencia frente al sismo de pórticos de hormigón con acero y AMF fue estudiada analíticamente por Alam et al. [32]–[34]. En concreto, estudiaron el comportamiento frente a sismo de 3 edificios de 3, 6 y 8 plantas [34]. Los pórticos eran de hormigón armado, en un caso de forma completa con barras de acero, en otro totalmente con AMF, y por último mediante una solución híbrida en la que el pórtico se armó con acero a excepción de la zona de formación de rótulas plásticas donde se utilizó AMF. Los resultados, que según los autores deben tomarse con precaución a falta de una mayor cantidad de estudios experimentales y analíticos [34], dependen del número de plantas del edificio estudiado. Hasta 6 plantas, los mejores resultados de ductilidad y sobrerresistencia se obtienen con el edificio reforzado con AMF, seguido del edificio mixto AMF-acero y por último el de acero convencional. En cambio, para el edificio de 8 plantas, el edificio porticado de hormigón armado convencional obtuvo mejor comportamiento, gracias al mayor módulo elástico del acero respecto a la AMF, que permitía reducir la deriva. Por tanto, el uso de AMF con mayor módulo de elasticidad podría mejorar el comportamiento de los edificios frente al sismo para el caso de 8 plantas o más. En la práctica constructiva, el caso ideal de todo un pórtico reforzado con AMF no tiene sentido por razones de coste, por lo que el uso localizado de las AMF donde son más necesarias sus propiedades (rótulas plásticas) es una alternativa que debe seguir estudiándose.

#### b) Fibras AMF embebidas en hormigón

Como ya se ha dicho anteriormente las fibras AMF embebidas actúan como un refuerzo tridimensional que permite absorber una mayor cantidad de energía frente a cargas cíclicas.

Shajil et al. [35] llevaron a cabo una campaña experimental para establecer, bajo ciclos de carga-descarga, la capacidad de recentrado de las fibras AMF, es decir, su capacidad de sufrir grandes deformaciones que se anulan en el momento que desaparece el esfuerzo. Las vigas reforzadas con fibras de acero presentaron un factor de recentrado de 0,1 mientras que este factor aumentó hasta 0,7 en las vigas reforzadas con fibras NiTi.

#### c) Uniones

Las uniones, y los elementos de unión en general, son elementos clave para el correcto comportamiento de las estructuras ante un sismo[36]. Por este motivo, se han diseñado uniones que se benefician del efecto amortiguador de las aleaciones superelásticas y su capacidad de recentrado.

En 2006 y 2009, Saiidi et al. [37], [38] estudiaron la posibilidad de la utilización de la aleación Ni-Ti superelástica en la zona de arranque de pilares (unión zapata-pilar), para crear una rótula plástica, tanto para hormigón convencional como para su uso combinado con nuevos materiales cementantes más dúctiles (hormigón flexible). Demostraron que las deformaciones residuales de los pilares con la rótula plástica de AMF, tras la simulación del efecto de un sismo, eran un 83% menores que en el caso de acero convencional al utilizar hormigón flexible, y en el caso de hormigón convencional, un 67% menores. Además, el daño en la estructura que combinaba AMF y hormigón flexible era mucho menor que en los otros pilares, por lo que la estructura podría permanecer más fácilmente en servicio tras un terremoto que las estructuras convencionales.

En 2012, Billah y Alam [39] estudiaron analíticamente el uso combinado de pilares de hormigón reforzados con FRP y rótulas plásticas de AMF o acero inoxidable en la zona de arranque, con el objetivo de conseguir pilares altamente resistentes a la corrosión y con la ductilidad necesaria frente sismo. La reducción del desplazamiento residual en los pilares



con rótulas plásticas de AMF era un 87% menor que en los pilares con acero inoxidable en la rótula plástica. Sin embargo, los pilares que sólo incluían acero inoxidable tuvieron una ductilidad mayor que el uso combinado de FRP-AMF.

Zafar et al. [40] analizaron el empleo de barras híbridas de FRP y AMF en las zonas de formación de rótulas plásticas (uniones viga columna) de pórticos de 3 y 6 plantas de uno o dos vanos, respectivamente. Del análisis dinámico incremental de los prototipos concluyeron que la presencia de estas barras AMF mejoraba significativamente la ductilidad, la energía de disipación y las derivas residuales comparado con pórticos idénticos armados con barras de fibra de vidrio (GFRP), por lo que el empleo de AMF supuso una mejora del comportamiento sísmico de los pórticos.

En 2010, Roh y Reinhorn [41] presentaron los resultados de un ensayo sobre un prototipo de pilar de puente construido por dovelas prefabricadas, en el que la conexión entre la zapata y la primera dovela se llevaba a cabo utilizando barras de AMF superelásticas no adherentes, que evitaba el daño frente a cargas cíclicas horizontales, y proveía una significativa capacidad de recentrado.

Speicher et al. [42] construyeron y ensayaron conexiones interiores viga-columna en estructura metálica incorporando Ni-Ti superelástico, demostrando también que este tipo de uniones pueden tener una excelente ductilidad, capacidad de disipación de energía y de recentrado. Las uniones eran capaces de volver a su forma original para derivas de hasta un 1%, y tenían capacidad de recentrado, recuperando el 85% de su deformación, después de ciclos de hasta el 5% de deriva. Cabe destacar que en contra de lo que sucede en elementos de unión de AMF en fase martensita (sección 3.4), el diámetro de las barras utilizadas en fase austenita no influye en la capacidad de recentrado [8], lo que resulta de gran interés para dispositivos de control de la respuesta sísmica.

El comportamiento cíclico de uniones viga-pilar en estructuras prefabricadas de hormigón ha sido estudiado por Qian et al. [43]. Proponiendo una innovadora unión entre elementos prefabricados mediante la utilización de AMF. La unión propuesta tenía una gran capacidad de disipación de energía y capacidad de recentrado. La respuesta empeoraba ligeramente tras los 20 primeros ciclos, aunque después permanecía estable.

## **2.2.1 AMF con efecto memoria de forma**

### **a) Pretensado mediante alambres de AMF**

Una característica que hace interesante el pretensado mediante AMF con memoria de forma es que no precisa de gatos hidráulicos y se puede aplicar en el momento que se precise, evitando así las fisuras en vacío.

Maji y Negret [44] llevaron a cabo una de las primeras investigaciones en las que utilizaron alambres de Nitinol para crear una fuerza adicional de pretensado en elementos de mortero de cemento. Los tendones fueron predeformados más allá de su límite elástico en la fase martensita y, posteriormente quedaron embebidos en las vigas. Mediante el calentamiento eléctrico tuvo lugar la transformación de martensita a austenita, generándose tensiones de recuperación en la AMF y, por tanto, tensiones de compresión en el mortero.

La mejora de la adherencia de alambres se estudió en 2006 [45], utilizando resinas epoxi para fijar arena de cuarzo en la superficie de los alambres, aunque los cloruros de la resina causaron problemas de corrosión inaceptables en la AMF. Deng et al. [46] utilizaron el pretensado para producir contraflechas en pequeñas vigas de hormigón, estudiando también el efecto de la predeformación y del diámetro de las barras AMF. Concluyeron que diámetros inferiores proporcionaban mayor superficie de contacto, por lo que era recomendable el uso de diámetros pequeños, conclusión que se debe al problema de adherencia comentado.



El-Tawil y Ortega-Rosales [47] investigaron el pretensado de vigas con una aleación estándar Ni-Ti y una aleación Ni-Ti-Nb. Concluyeron, que para el caso particular de las AMF utilizadas, la segunda era capaz de mantener las tensiones de recuperación tras el enfriamiento de la AMF, por lo que es mucho más adecuada para pretensado.

Li et al. [24] utilizaron alambres de AMF combinados con armaduras de acero convencional en la armadura traccionada, realizando un pretensado temporal con la AMF para facilitar un refuerzo permanente mediante laminados de CFRP. Los investigadores observaron que los alambres de AMF pueden reducir la deformación residual de las vigas de forma efectiva tras su calentamiento, pero, al combinar su uso con acero ordinario, éste impedía la recuperación. El bajo límite elástico de las AMF ordinarias impide su uso conjunto con acero convencional dispuesto en la misma dirección, ya que las tensiones de recuperación son resistidas por el acero con pequeñas deformaciones y no se transmiten al hormigón.

La utilización de las AMF como pretensado exterior para el refuerzo de estructuras permite beneficiarse de las excepcionales características inoxidables de la mayoría de estas aleaciones. Además, las aleaciones pueden alcanzar una temperatura  $A_f$  (austenite finish) elevada sin dañar al hormigón. Sin embargo, las investigaciones en este campo son menores.

Recientemente se han hecho diversos estudios sobre pretensado mediante AMF de base ferrítica llevados a cabo por el laboratorio suizo EMPA [48]–[50]. Se ha desarrollado una nueva aleación, Fe-17Mn-5Si-10Cr-4Ni-1(V,C), en la que se han alcanzado tensiones de recuperación considerables, 200-300 MPa. Se han ensayado vigas reforzadas con SMA con refuerzos NSM y con recrecidos de hormigón proyectado y barras Fe-SMA embebidas. En el caso de los refuerzos NSM se aumentó un 70% la carga última en comparación a la viga de control sin reforzar y en el caso del recrecido se ha llegado a aumentar hasta un 265% la carga última. Cabe destacar que las barras producidas para el segundo tipo refuerzo poseían corrugas con lo que se solucionaría el problema de la adherencia. Como se verá más adelante, ésta son unas de las campañas escogidas para modelar numéricamente.

El hecho de que el pretensado mediante AMF se pueda aplicar en cualquier momento de la vida útil de la estructura puede llevar al desarrollo de las llamadas estructuras inteligentes. Song et al. [51] utilizaron el postesado interior en una viga con capacidad de autorehabilitación, presentando el concepto de estructura inteligente de hormigón armado y su aplicación en monitorización de daño estructural y rehabilitación, combinando para ello la utilización de AMF y sensores piezocerámicos. La estructura se armó con Nitinol en fase martensita dentro de vainas de postesado, procediéndose al tesado hasta una deformación del 2%. Los elementos piezométricos detectaban la fisuración. Una vez detectado el daño, se calentaban los tendones de AMF a 90°C, produciéndose la transformación inversa, añadiendo una fuerza de tesado a la AMF y comprimiendo consecuentemente el hormigón.

Para estudiar el potencial de vigas de hormigón inteligentes, en las que el pretensado se activa y modifica el comportamiento de las vigas según necesidad, por ejemplo al detectar tráfico pesado, Li et al. [52] desarrollaron una campaña experimental de dos vigas de tablero de puente con tendones AMF embebidos analizando la influencia de la temperatura y fuerza de recuperación de los tendones que dependía de las condiciones iniciales de cada tendón.

#### b) Confinamiento activo

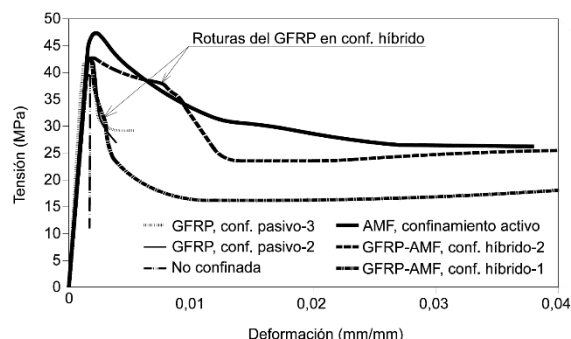
El confinamiento activo de pilares de hormigón mediante AMF es un caso particular de la técnica del pretensado, pero con una diferencia conceptual de la función que desempeña la aleación respecto a los casos anteriores. El confinamiento activo tendría



sentido en la rehabilitación de estructuras existentes, cuando es necesario que éstas ganen ductilidad, pero el coste de las AMF difícilmente justificaría esta aplicación en el proyecto de nuevas estructuras [12]. Los primeros ensayos sobre confinamiento activo con AMF se remontan al año 2000 [53], y en los últimos años es cuando más resultados experimentales se han publicado [25], [54]–[57].

En 2008, Choi et al. [54] estudiaron el comportamiento de probetas de hormigón confinadas con alambres de 1 mm de diámetro. Utilizaron para ello dos aleaciones Ni-Ti: una en fase martensita con una predeformación del 3%, que comprimió activamente las probetas al calentarse mediante un circuito eléctrico, y una segunda aleación Ni-Ti en fase austenita. El confinamiento activo del primer caso incrementó ligeramente la resistencia a compresión del hormigón, con un notable incremento en ductilidad. El efecto de confinamiento producido con la aleación austenita fue similar. Cabe destacar que las imperfecciones geométricas del alambre produjeron la aparición de pérdidas importantes tras el enfriamiento de la martensita, lo que sin duda disminuyó la tensión de confinamiento.

Shin y Andrawes [56], en 2010, publicaron el resultado de un estudio experimental sobre la factibilidad del uso de espirales de Ni-Ti-Nb para aplicar presión activa de confinamiento. La aleación utilizada permitía movilizar tensiones de recuperación de 565 MPa a 108°C con una predeformación del 6,4%, manteniendo una tensión residual de recuperación de 460 MPa a temperatura ambiente. Se llevaron a cabo ensayos de compresión uniaxial en probetas de hormigón confinados de forma activa (AMF) y pasiva (GFRP). Mediante el confinamiento activo, la resistencia última aumentó un 21% respecto a probetas idénticas de hormigón en masa, incrementándose 24 veces la deformación última (Figura 2). En la campaña experimental también estudiaron el uso conjunto de tejidos de GFRP con la AMF, que permitía retrasar la ruptura del GFRP, fallo comúnmente observado en este tipo de confinamiento [58].



**Figura 2-10. Relación tensión deformación para las probetas sin confinamiento, confinadas con AMF, GFRP o tejidos híbridos GFRP-AMF. Adaptado de [56]**

Un estudio posterior [25], también utilizando una aleación de Ni-Ti-Nb, constató que los ciclos de carga y descarga que producían deformaciones por encima de la predeformación inicial, suponían la pérdida de la tensión residual de pretensado al descargar, por lo que era necesario estudiar más a fondo este fenómeno. En 2012, Choi et al. [59] concluyeron que no todas las aleaciones Ni-Ti-Nb son adecuadas para aplicaciones de postensado, lo que probablemente también ocurra con distintas aleaciones, ya que ante ciclos de carga y descarga tras el pretensado inicial, el confinamiento activo se puede perder, quedando solamente el confinamiento pasivo, que dotaría al hormigón también de mayor resistencia y ductilidad, aunque en menor medida que con el confinamiento activo.

### c) Uniones



Ocel et. al [60] llevaron a cabo un estudio piloto de uniones viga-columna en estructura metálica. Las uniones se materializaban mediante 4 barras de gran diámetro (35 o 36,5mm) de Ni-Ti que conectaban las alas de las vigas y las columnas. La aleación estaba inicialmente en martensita, y exhibió un alto grado de disipación de energía (amortiguación martensítica), alta capacidad de ductilidad y no sufrió degradación de la resistencia después de ciclos de hasta un 4% de deriva. Posteriormente, los tendones fueron calentados para provocar la transformación inversa y recuperar la deformación residual (memoria de forma). Las conexiones que habían pandeado a compresión no recuperaron la forma original, en parte debido a la dificultad de proveer una temperatura uniforme de calentamiento a las barras de gran diámetro utilizadas. Un estudio más reciente de una conexión similar, no se observó el problema de recuperación de la forma utilizando barras de AMF de 6 mm de diámetro [61].





## **3 MODELO NUMÉRICO**

---

### **3.1 MODELIZACIÓN NUMÉRICA DE VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO**

El hormigón es un material de comportamiento no lineal. Sus no linealidades son varias y diversas, la primera de ellas y más importante, ya que es la causante de que haya que añadir armadura, es su distinto comportamiento a compresión y a tracción. Su resistencia a tracción es un orden de magnitud inferior a su resistencia a compresión, además su rotura a tracción es frágil mientras que a compresión se produce una cierta plastificación antes de llegar a rotura. También mencionar su comportamiento no elástico a compresión.

El hecho de que su resistencia a tracción sea muy baja en comparación a su resistencia a compresión, hace que éste fisure y por tanto las propiedades mecánicas de la sección se ven reducidas. Esta disminución provoca que las deformaciones sean mayores que las que se obtienen de un análisis elástico.

Otros fenómenos por los que se caracteriza el hormigón son los efectos reológicos como la retracción y la fluencia. Al ser las estructuras de hormigón estructuras que se construyen por fases la retracción es un fenómeno importante ya que el hecho de hormigonar un elemento contra otro ya ejecutado restringe la contracción que sufre el hormigón debida al secado y a la hidratación de la pasta de cemento provocando así que el hormigón esté a tracción y pudiendo llegar a fisurar.

Todas las propiedades explicadas anteriormente son de gran importancia si se quiere comprender adecuadamente el comportamiento complejo de las estructuras en hormigón armado. Para ello, es necesario recurrir al método de los elementos finitos, más concretamente a elementos finitos no lineales. Las principales ventajas de este tipo



de simulación son que se consideran los diferentes diagramas tensión-deformación a tracción y a compresión, así como la fisuración. Para ello, es necesario recurrir a métodos de resolución incrementales e iterativos.

Otra ventaja de hacer simulaciones no lineales es que permite plantear equilibrios en configuraciones deformadas, esto es importante a la hora de estudiar elementos esbeltos en los que los efectos de segundo orden influyen en la resistencia última del elemento.

Para la simulación de las vigas de este trabajo se han utilizado los softwares comerciales MIDAS FEA y DIANA 10.0 que tienen implementado el método de los elementos finitos con análisis no lineal. A continuación, se explican la tipología de elementos, el modelo de comportamiento del hormigón y las armaduras y los métodos de resolución utilizados.

### **3.1.1 Tipología de elementos utilizados**

Las vigas modelizadas en este trabajo son vigas de sección constante en las que no se producen tensiones en la dirección del espesor de éstas. Por este motivo se han empleado elementos membrana y se ha resuelto un problema en tensión plana. Los programas utilizados tienen la posibilidad de emplear elementos triangulares de 3 y 6 nodos y elementos cuadriláteros de 4 y 8 nodos. Generalmente los elementos cuadrados de 4 nodos proporcionan buenos resultados de deformaciones y tensiones.

A la hora de modelar el armado de las vigas existen dos posibilidades. La primera es emplear elementos barra, sólo transmiten esfuerzos axiales. Este primer método requiere planificar el mallado ya que los nodos de su malla deben estar conectados a los nodos de la malla de los elementos membrana, sin embargo, permite el uso de elementos interfaz para introducir la interacción armadura-hormigón. La interacción armadura-hormigón puede ser interesante en casos donde la adherencia del acero con el hormigón no sea perfecta y pueda haber deslizamiento.

La otra posibilidad consiste en empleo de elementos de “refuerzo embebido” (*embedded reinforcement*). Este tipo de elementos no es un elemento como tal, sino que es un artificio que modifica la matriz de rigidez del elemento atravesado (*mother element*) por la armadura.

### **3.1.2 Modelos de comportamiento de los materiales**

#### **3.1.2.1 Hormigón**

Los modelos de análisis para la fisuración del hormigón se pueden clasificar en modelos de fisura discreta (modelo discontinuo) y modelos de fisura distribuida (modelo continuo) (Figura 3-1). El modelo de fisura discreta utiliza elementos finitos en el cual las fisuras en el hormigón se representan por separado como límites. En el modelo de fisura distribuida, las fisuras se distribuyen a lo largo de los elementos de tal manera que no se usan elementos discretos en la zona donde se produce la fisura.





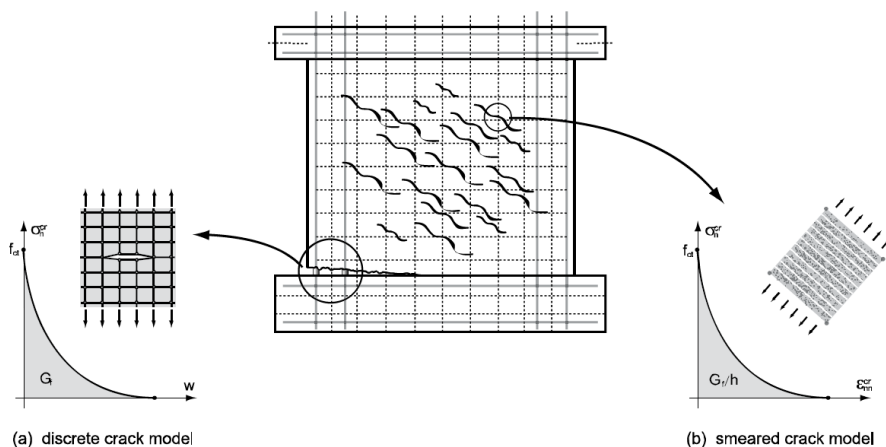


Figura 3-1. Modelos de fisuración de hormigón [62]

a) Modelos de fisuración discreta

Los modelos de fisura discreta tienen la ventaja de ser capaces de representar específicamente comportamientos como las discontinuidades producidas en el momento de la fisuración o el deslizamiento de las armaduras dentro del hormigón al estar traccionadas. Sin embargo, tiene ciertas desventajas ya que la precisión del resultado depende en gran parte de las propiedades del material y su modelado es bastante complejo. Las fisuras pueden ser modeladas dividiendo automáticamente los elementos en los puntos donde se produce la fisura o bien añadiendo elementos de interfaz en los lugares donde se prevea que va a fisurar el material. Los modelos de fisura discreta se pueden dividir en dos grupos:

- Modelo de fisura no embebida: se utilizan técnicas de remallado para hacer coincidir la discontinuidad con los lados de los elementos.
- Modelo de fisura embebida: se enriquece el campo de desplazamientos (o deformaciones) para que la discontinuidad pueda atravesar los elementos finitos sin necesidad de hacer remallado.

Los modelos de fisuración discreta se utilizan básicamente para representar la modelización de elementos masivos de hormigón (elementos sin armadura) donde la formulación considera que cada fisura se modela explícitamente e incorpora una discontinuidad en la malla (Figura 3-1 a)).

b) Modelos de fisuración distribuida

El modelo de fisura distribuida asume que las fisuras generadas en un punto se distribuyen a lo largo de una amplia superficie. Este tipo de modelo es adecuado para el análisis de estructuras de hormigón con una cierta cuantía de armadura y, además su modelización en elementos finitos es relativamente sencilla. Es posible realizar dos tipos de clasificación en los modelos de fisura distribuida, una en función de cómo suponen la dirección de propagación de fisuras (ortogonal o no ortogonal) y otra según como calculen las deformaciones totales, deformaciones descompuestas y deformaciones totales.

En los modelos de **deformaciones descompuestas** las deformaciones totales se descomponen en deformaciones debidas a la fisura (superíndice cr) y deformaciones del hormigón entre fisuras (superíndice co) ( 3-1 ) [63]. La deformación elástica del material no fisurado es bastante versátil ya que permite incluir deformaciones elásticas, plásticas, térmicas y fluencia entre otras. Las principales desventajas de este tipo de modelo son: su complejidad a la hora de implementarlo, la necesidad de conocer un

gran número de propiedades del material y suelen producirse problemas de convergencia.

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon^{cr} + \Delta \varepsilon^{co} \quad (3-1)$$

Las deformaciones debidas a la fisuración ( $\Delta \varepsilon^{cr}$ ) se rigen por leyes tracción deformación y por ello es conveniente realizar un cambio de coordenadas a un sistema que esté alineado con la dirección de la fisura ( 3-2 ). Al tener las deformaciones en ejes locales de la fisura se recurre a un vector  $\Delta t^{cr}$  de tracciones incrementales ( 3-3 ). Para completar el sistema de ecuaciones es necesario definir un modelo constitutivo para el hormigón fisurado y otro para el hormigón intacto, ( 3-4 ) y ( 3-5 )

$$\Delta \varepsilon^{cr} = N \Delta e^{cr} \quad (3-2)$$

$$\Delta t^{cr} = N^T \Delta \sigma \quad (3-3)$$

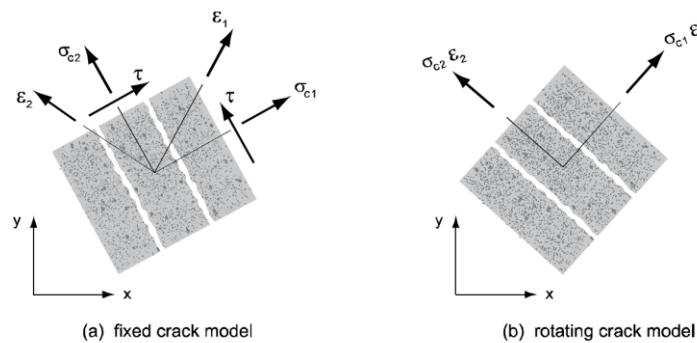
$$\Delta \sigma = D^{co} \Delta \varepsilon^{co} \quad (3-4)$$

$$\Delta t^{cr} = D^{cr} \Delta e^{cr} \quad (3-5)$$

Obteniendo finalmente la ecuación ( 3-6 )

$$\Delta \sigma = [D^{co} - D^{co} N [D^{cr} + N^T D^{co}]^{-1} N^T D^{co}] \Delta \varepsilon \quad (3-6)$$

El modelo de **deformaciones totales** es de formulación mucho más sencilla ya que no se realiza descomposición alguna y sólo se usa una relación tensión-deformación a compresión y otra a tracción. Su formulación fue propuesta por Vecchio y Collins en 1986 [64] y es este modelo el que tienen implementado MIDAS FEA y DIANA. El modelo está implementado con dos métodos de determinación de la dirección de fisuración, ambos ortogonales. El primero de los métodos es el de fisuración fija, este asume que los ejes locales de la fisura no se alteran una vez definidos. El segundo método, fisura rotatoria, supone que los ejes locales de las fisuras van variando en cada paso en función de los ejes de las tensiones principales (Figura 3-2). En ambos casos la primera fisura se produce en la dirección de las tensiones principales.



**Figura 3-2. Modelos de fisura distribuida ortogonales [62]**

Antes de la fisuración el hormigón presenta propiedades isotrópicas y después serán anisotrópicas. Las tensiones normales y las tensiones tangenciales se calculan en las superficies de fisuración. Dado que se supone que las direcciones de las fisuras permanecen sin cambios en el modelo de fisura fija, encontramos tensiones normales y tangenciales en la superficie de la fisura (Figura 3-2 a)). Por el contrario, en el modelo de fisura rotatoria se supone que las nuevas fisuras se desarrollan en dirección a las tensiones principales del paso actual, ignorando las fisuras desarrolladas en el paso

anterior. En este caso sólo existen tensiones normales en las superficies de la fisura (Figura 3-2 b)).

El modelo de fisura fija es también conocido como un método tensión-deformación coaxial y con él se han conseguido buenas predicciones del comportamiento de estructuras de hormigón armado. El modelo de fisura fija es conocido como un método tensión-deformación fijo ya que las relaciones tensión-deformación de las posteriores fisuras están basadas en la dirección de los ejes locales de la fisura inicial. El concepto básico del *total strain crack model* es que las tensiones están calculadas considerando las direcciones de las fisuras. Las deformaciones en ejes locales del elemento finito se actualizan considerando una deformación incremental  $\Delta\epsilon_{xyz}$ .

$${}^{t+\Delta t}_{i+1}\epsilon_{xyz} = {}^t\epsilon_{xyz} + {}^{t+\Delta t}_{i+1}\Delta\epsilon_{xyz} \quad (3-7)$$

Las deformaciones en la dirección de la fisura se calculan multiplicando las deformaciones en ejes locales del elemento por la matriz de transformación.

$${}^{t+\Delta t}_{i+1}\epsilon_{nst} = T {}^{t+\Delta t}_{i+1}\epsilon_{xyz} \quad (3-8)$$

La matriz de transformación  $T$  en el modelo de fisura rotatoria queda determinada por las deformaciones actuales:

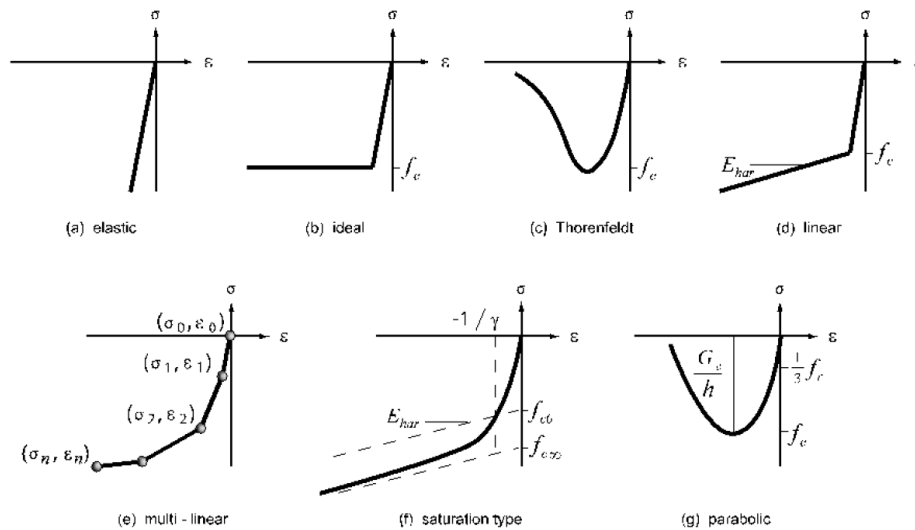
$$T = T({}^{t+\Delta t}_{i+1}\epsilon_{xyz}) \quad (3-9)$$

Sin embargo, en el modelo de fisura fija la matriz de transformación queda determinada en el momento de la primera fisura y se mantiene constante para el resto de pasos. De esta manera el modelo constitutivo se formula en ejes locales de la fisura y finalmente se transforma a ejes locales del elemento.

$${}^{t+\Delta t}_{i+1}\sigma_{xyz} = T^T {}^{t+\Delta t}_{i+1}\sigma_{nst} \quad (3-10)$$

Una vez determinado el modelo de fisura con el que se va a estudiar las fisuras en el hormigón es necesario establecer que modelos de comportamiento a compresión, tracción, influencia lateral y a cortante se van a emplear.

Tanto MIDAS FEA como DIANA 10.0 poseen modelos a compresión ya predefinidos, siendo estos el modelo elástico, ideal, Thorenfeldt, endurecimiento lineal, multi-lineal, saturación y parabólica.

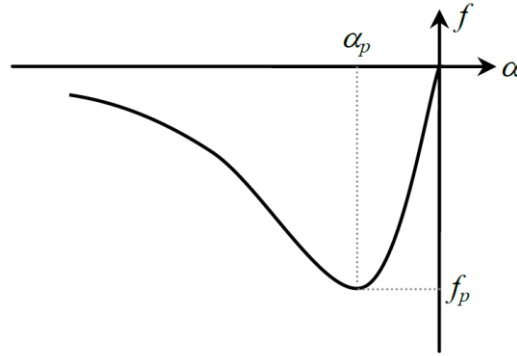


**Figura 3-3. Modelos tensión-deformación a compresión [62]**



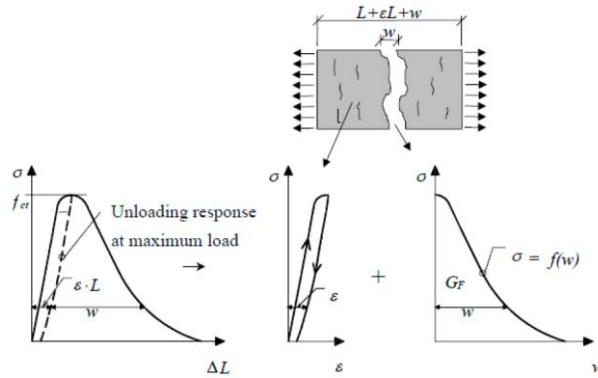
Para las vigas modeladas en este trabajo se ha escogido la ecuación propuesta por Thorenfeldt en 1987.

$$f_c = f'_c \frac{n \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)}{(n-1) + \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^{nk}} \begin{cases} \varepsilon_c \leq \varepsilon_0: k = 1.0 \\ \varepsilon_c > \varepsilon_0: k = \max \left( 0.67 + \frac{f'_c}{62}, 1.0 \right) \\ n = 0.8 + \frac{f'_c}{17.2} \quad ; \quad \varepsilon_0 = \frac{f'_c}{E_c} \left( \frac{n}{n-1} \right) \end{cases} \quad (3-11)$$



**Figura 3-4. Diagrama tensión-deformación a compresión propuesto por Thorenfeldt [62]**

En lo que se refiere al comportamiento a tracción es importante mencionar que se tienen en cuenta dos conceptos básicos de la mecánica de fractura no lineal. Es posible transmitir tensiones una vez ha ocurrido la microfisuración y éstas son función de la apertura de fisura (Figura 3-5). Al tener en cuenta estos dos conceptos se produce en el material un reblandecimiento que deberá ser parametrizado.



**Figura 3-5. Descomposición de la relación tensión-desplazamiento del hormigón a tracción.**

De esta manera se denomina energía de fractura ( $G_f^I$ ) a la energía que se disipa durante la fisura y se obtiene al integrar la curva tensión-ancho de fisura ( 3-12 ). La energía de fractura será un parámetro del material que se deberá introducir en el modelo, así como la resistencia a tracción y la ecuación de reblandecimiento.

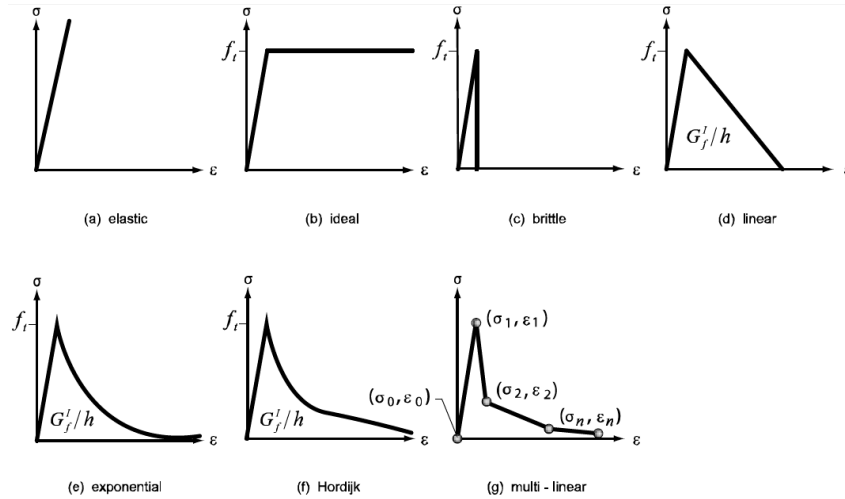
$$G_f^I = \int_0^{w_{ult}} \sigma(w) dw \quad (3-12)$$

Al ser un modelo continuo el *total strain crack model*, será necesario expresar la energía de fractura a través de una longitud equivalente o ancho de banda de fisura llamado  $h$ , quedando formulada de la siguiente manera:



$$G_f^I = h \int_{\varepsilon_{nn}^{cr}=0}^{\varepsilon_{nn}^{cr}=\infty} \sigma_{nn}^{cr}(\varepsilon_{nn}^{cr}) d\varepsilon \quad (3-13)$$

En elementos de hormigón armado ese ancho de banda lo tomaremos igual a la separación media entre fisuras. Al modelizarse campañas experimentales ya llevadas a cabo, éste será un dato fácil de obtener. Los modelos que tienen formulado su reblandecimiento en función de la energía de fractura son el modelo lineal, el exponencial, Hordijk y el multilíneo. También es posible emplear en modelos de fisura distribuida modelos de tracción en los que no intervenga la energía de fractura como son el modelo elástico, el ideal y el frágil (Figura 3-6).



**Figura 3-6. Modelos de comportamiento a tracción implementados en MIDAS FEA [62]**

El modelo empleado en la simulación de las vigas es el propuesto por Hordijk, Cornelissen y Reinhardt que determina una deformación última para la que la tensión de tracción es nula. Los parámetros de entrada son la resistencia a tracción ( $f_{ct}$ ), la energía de fractura ( $G_f^I$ ) y el ancho de banda de fisura ( $h$ ). Quedando su formulación de la siguiente manera:

$$\frac{\sigma_{nn}^{cr}(\varepsilon_{nn}^{cr})}{f_{ct}} = \begin{cases} \left( 1 + \left( c_1 \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn.ult}^{cr}} \right)^3 \right) \exp \left( -c_2 \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn.ult}^{cr}} \right) \\ - \frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn.ult}^{cr}} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (si \ 0 < \varepsilon_{nn}^{cr} < \varepsilon_{nn.ult}^{cr}) \\ 0 \quad (si \ \varepsilon_{nn.ult}^{cr} < \varepsilon_{nn}^{cr} < 0) \end{cases} \quad (3-14)$$

En el que los parámetros  $c_1$  y  $c_2$  valen  $c_1 = 3$  y  $c_2 = 6.93$  y la deformación última queda definida por:

$$\varepsilon_{nn.ult}^{cr} = 5.136 \frac{G_f^I}{h f_{ct}} \quad (3-15)$$



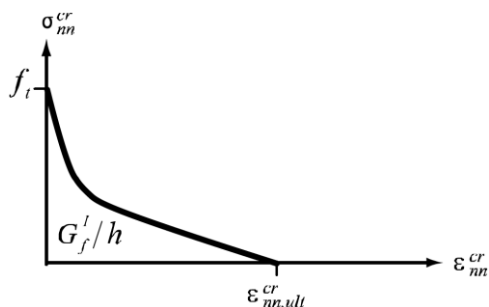


Figura 3-7. Diagrama tensión-deformación con reblandecimiento propuesto por Hordijk [62]

Cuando el hormigón fisura la rigidez a cortante puede verse reducida. El fenómeno se conoce como *shear retention* y se tiene en cuenta en modelos de fisura fija mediante un coeficiente  $\beta$  que introduce un daño en módulo de cizalladura,  $G^{cr} = \beta G$ .

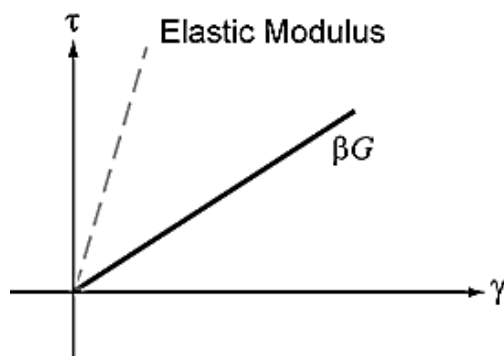
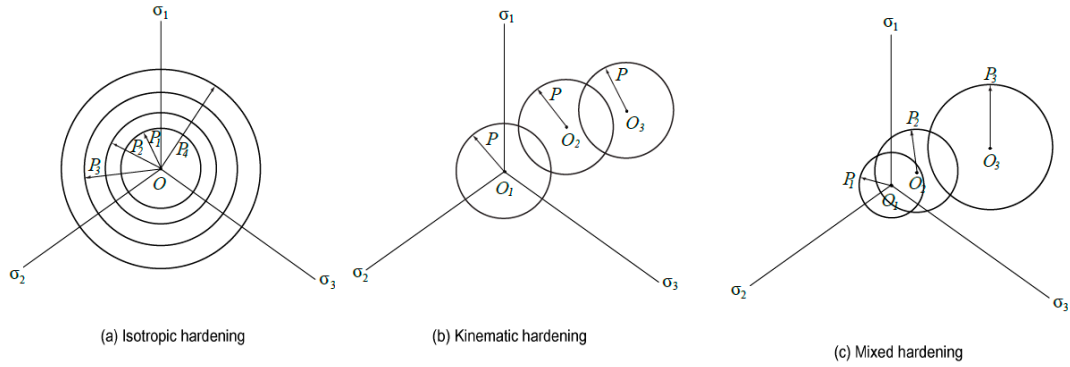


Figura 3-8. Diagrama tensión-deformación afectado por el shear retention factor [62]

### 3.1.2.2 Acero

Una de las cosas que se les pide a las estructuras de hormigón armado es que sean dúctiles, que se produzcan grandes deformaciones antes de la rotura de la sección. Esta ductilidad en las estructuras de hormigón se consigue mediante la plastificación de las armaduras, por tanto, se hace necesario incluir dicho comportamiento no lineal del acero en los modelos de las vigas analizadas. En los programas empleados en la simulación diversos criterios de plastificación están implementados, como el de Von Mises, Tresca, Rankine o Mohr-Coulomb. Dado que las armaduras se modelan mediante elementos unidimensionales será indiferente el criterio empleado.

Otro aspecto importante a incluir en modelos de hormigón armado es el endurecimiento por deformación del acero, sobre todo cuando se modelan ciclos de carga, lo que puede ser interesante para ver la respuesta de una estructura frente a cargas cíclicas como el sismo. Se puede clasificar el endurecimiento en tres categorías, el endurecimiento isotrópico, el cinemático y el mixto (Figura 3-9). El endurecimiento isotrópico muestra el comportamiento isotrópico de expansión o contracción de la superficie de plastificación. Sin embargo, en el endurecimiento cinemático ocurre un desplazamiento de la superficie de plastificación. Por último, el endurecimiento mixto muestra un comportamiento combinado de los dos anteriores.



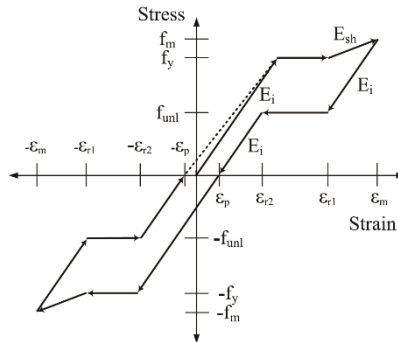
**Figura 3-9. Tipos de comportamiento del endurecimiento por deformación. [62]**

Dado que las vigas modeladas sólo sufrían ciclos de carga descendentes no es necesario caracterizar el tipo de endurecimiento, esto si sería necesario para modelar ciclos de cargas inversas[5].

### 3.1.2.3 SMA

Dado que las propiedades que caracterizan a las AMF no son propiedades habituales en los materiales, pseudoelasticidad y memoria de forma, éstas no están implementadas en los programas comerciales utilizados, MIDAS FEA y DIANA 10.0. Lo que si permiten estos programas es la incorporación de subrutinas en las que se pueden programar los modelos constitutivos del material. Por ello se ha elaborado una subrutina que contiene el modelo de comportamiento pseudoelástico propuesto por Abdulridha et al [5].

El modelo propuesto se desarrolla dentro de la tesis doctoral de Abdulridha en la que se llevaron a cabo una campaña experimental de vigas a flexión y de muros de cortante [65]. El modelo propuesto está basado en una envolvente trilineal que se compone por una primera rama elástica, a continuación, una meseta plástica (es cuando se produce la transformación martensítica) y por último un endurecimiento (Figura 3-10). Este modelo incluye mejoras respecto a otros modelos ya existentes ya que permite considerar las deformaciones permanentes, una respuesta trilineal al descargar y la degradación de la meseta plástica en descarga.[49]



**Figura 3-10. Modelo constitutivo pseudoelástico para AMF propuesto por Abdulridha [5].**

La envolvente trilineal queda definida en las siguientes ecuaciones:

$$f_s = f_{s-i} + E_i(\varepsilon_s - \varepsilon_{s-i}) \quad 0 < \varepsilon_s < \varepsilon_y \quad (3-16)$$

$$f_s = f_y \quad \varepsilon_y < \varepsilon_s < \varepsilon_{sh} \quad (3-17)$$

$$f_s = f_{s-i} + E_{sh}(\varepsilon_s - \varepsilon_{s-i}) \quad \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s < \varepsilon_u \quad (3-18)$$



donde  $f_s$  es la tensión en el estado de deformación actual  $\varepsilon_s$ ;  $f_{s-i}$  y  $\varepsilon_{s-i}$  son la tensión y la deformación del paso de carga previo respectivamente,  $f_y$  es el límite de elasticidad,  $E_i$  es el módulo de elasticidad de la primera rama;  $E_{sh}$  es el módulo de rigidez del endurecimiento;  $\varepsilon_y$  y  $\varepsilon_u$  son la deformación de plastificación y última respectivamente; y  $\varepsilon_{sh}$  es la deformación en la que se inicia el endurecimiento. Los valores  $f_y$ ,  $E_i$ ,  $E_{sh}$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_u$  y  $\varepsilon_{sh}$  pueden ser determinados tras pruebas experimentales o por el fabricante. Cuando el material se encuentra a compresión aplica la misma formulación.

El proceso de descarga es similar al de carga, una descarga inicial con rigidez  $E_i$ , una meseta de descarga (se produce la transformación inversa) y una segunda descarga con rigidez  $E_i$ . Al final de esta segunda rama de descarga se produce una deformación remanente,  $\varepsilon_p$ . Las ecuaciones de la envolvente de descarga se describen a continuación:

$$f_s = f_{s-i} + E_i(\varepsilon_s - \varepsilon_{s-i}) \quad \varepsilon_{r1} < \varepsilon_s < \varepsilon_m ; \quad \varepsilon_p < \varepsilon_s < \varepsilon_{r2} \quad (3-19)$$

$$f_s = f_{unl} \quad \varepsilon_{r2} < \varepsilon_s < \varepsilon_{r1} \quad (3-20)$$

donde  $\varepsilon_{r1}$  y  $\varepsilon_{r2}$  son la primera y segunda deformación de descarga respectivamente,  $\varepsilon_m$  es la máxima deformación a la que se ha llegado en el paso de carga actual;  $\varepsilon_p$  es la deformación plástica, y  $f_{unl}$  es la tensión de descarga a la cual se produce la transformación martensítica inversa. El módulo de rigidez de la descarga se considera igual que en el proceso de carga. Los parámetros  $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_{r1}$  y  $f_{unl}$  se formulan como parámetros dependientes de la deformación máxima alcanzada, ecuaciones ( 3-21), ( 3-22) y ( 3-23). Esta formulación se dedujo mediante regresiones lineales,  $\varepsilon_{r1}$  y  $f_{unl}$ , y parabólicas,  $\varepsilon_p$ , a partir de ensayos cíclicos de carga y descarga de las barras de Nitinol empleadas como armadura en las vigas ensayadas.

$$\varepsilon_p = 0.0013 (\varepsilon_m)^2 - 0.025(\varepsilon_m) + 0.71 \quad (3-21)$$

$$\varepsilon_{r1} = 0.86(\varepsilon_m) - 0.45 \quad (3-22)$$

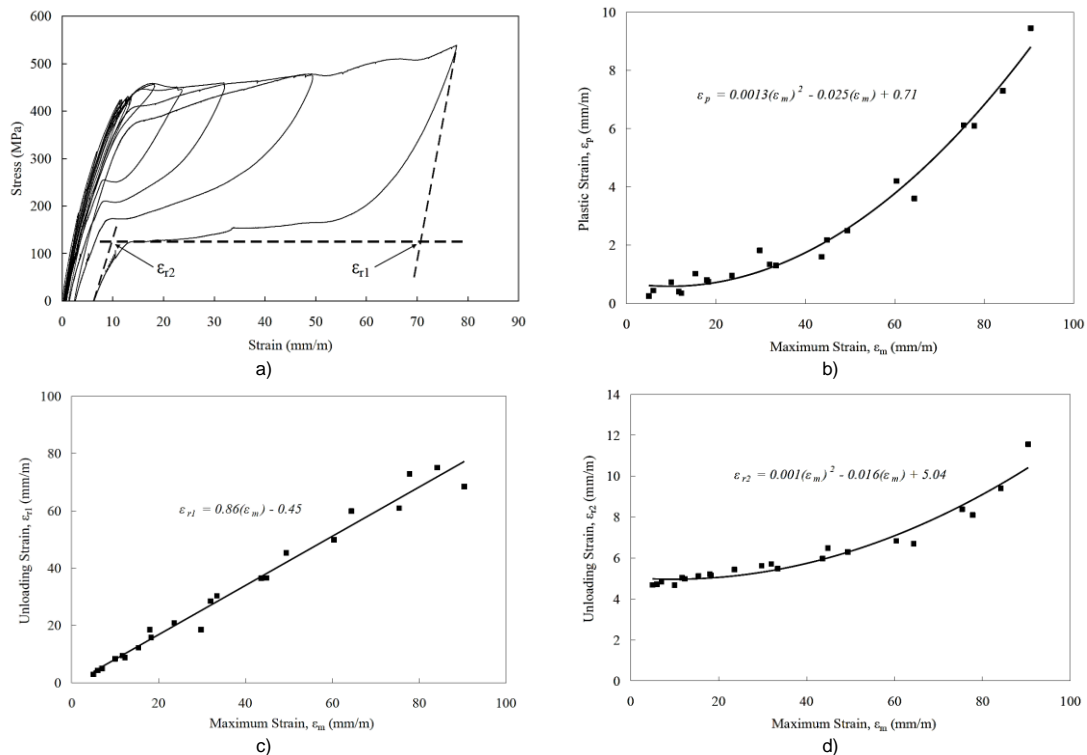
$$f_{unl}/f_y = -0.006(\varepsilon_m) + 0.73 \quad (3-23)$$

La primera deformación de descarga se define como la intersección entre la primera rama de descarga, ( 3-19 ), y la meseta de descarga ( 3-20 ). La tensión de descarga  $f_{unl}$  se define como la zona con módulo elástico nulo. La segunda deformación de descarga,  $\varepsilon_{r2}$ , queda determinada por la intersección entre la meseta plástica y la segunda rama de descarga hasta llegar a la deformación remanente  $\varepsilon_p$ , (Figura 3-11). Al finalizar un ciclo completo, tensión-compresión-tensión, se genera una envolvente trilineal dentro de la cual se moverá el material en sucesivas cargas y descargas parciales.



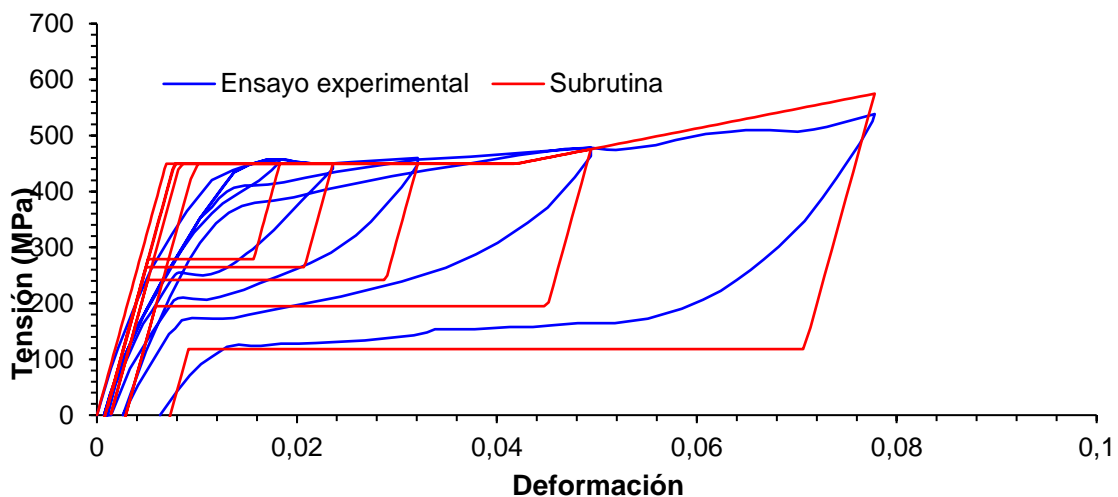


## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma



**Figura 3-11. a) Determinación de las deformaciones de descarga. b) Correlación entre deformación máxima y deformación plástica. c) Correlación entre deformación máxima y la primera deformación de descarga. d) Correlación entre deformación máxima y tensión de descarga. [65]**

A la hora de programar la subrutina se observó que las ecuaciones propuestas por Abdulridha et al. se observó que las ecuaciones que definían la trayectoria de descarga no eran compatibles entre sí. Por ello se optó por eliminar la ecuación ( 3-25 ). Otra mejora que se introdujo al modelo propuesto fue introducir una rigidez en la meseta, con el objetivo de intentar reproducir lo mejor posible el endurecimiento del Nitinol.



**Figura 3-12- Grafico comparativo de los ensayos experimentales y la subrutina programada**

### 3.1.3 Métodos iterativos de resolución

Como ya se ha comentado al inicio de este capítulo, para poder entender correctamente el comportamiento del hormigón armado es necesario recurrir a métodos de análisis no



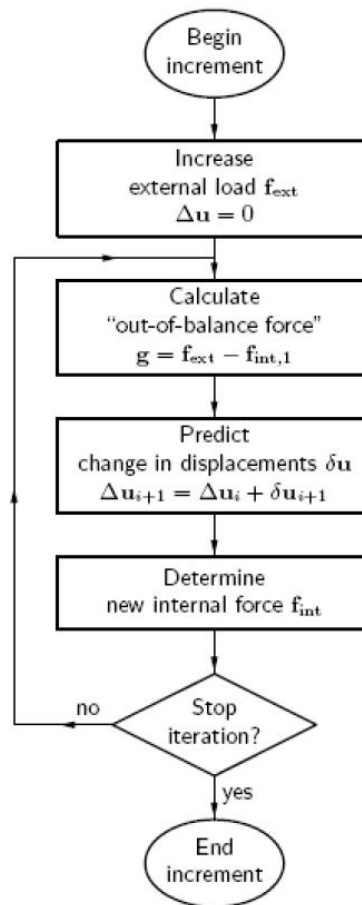
lineales. Al igual que en el análisis no lineal se trata de hallar un vector de desplazamientos que equilibre las fuerzas externas e internas, la diferencia la encontramos en que la relación entre el vector desplazamiento y el vector de fuerzas no es lineal. Para poder llegar a una solución se deberá discretizar el problema en el “tiempo” mediante pequeños incrementos de carga y resolverlos mediante iteraciones, de ahí el nombre de método incremental iterativo. En análisis no lineal el vector de fuerzas depende de los desplazamientos, pero también puede depender del historial de tensiones previo, como es el caso de la plasticidad

$$f_{int}(\mathbf{u}, \text{historia}) = f_{ext}(\mathbf{u}) \quad (3-24)$$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{u} = {}^t\mathbf{u} + \Delta\mathbf{u} \quad (3-25)$$

$$g(\Delta\mathbf{u}) = f_{ext}(\Delta\mathbf{u}) - f_{int}(\Delta\mathbf{u}) = 0 \quad (3-26)$$

Para obtener una solución numérica también se realiza una discretización temporal, puede tener un significado físico (fenómenos reológicos) o puede ser un pseudo-tiempo para describir una secuencia de acciones (incrementos de carga). Partiendo de un tiempo  $t$  con una solución aproximada  ${}^t\mathbf{u}$ , se busca una solución  $\Delta{}^t\mathbf{u}$  para la ecuación (3-24). El vector de fuerzas internas se calcula a partir del desplazamiento en el instante  $t$ , del incremento de tiempo  $\Delta t$  y del incremento de desplazamiento  $\Delta\mathbf{u}$ . El vector de fuerzas exteriores sólo depende de la geometría del paso actual. Si se considera un único incremento, el incremento de tiempo y el desplazamiento al inicio del incremento de tiempo quedan fijados. La ecuación de equilibrio dentro del incremento sólo depende de  $\Delta\mathbf{u}$ , (3-25), y se define un vector de desequilibrio de fuerzas  $g$ , (3-26).



**Figura 3-13. Flujo de trabajo en los procesos incrementales iterativos [62]**



El procedimiento que se sigue en los procesos iterativos se puede ver en el diagrama de la Figura 3-13. El incremento de desplazamiento total  $\Delta u$  se adapta iterativamente mediante incrementos iterativos,  $\delta u$ , hasta que se alcanza el equilibrio dentro de una tolerancia predefinida:

$$\Delta u_{i+1} = \Delta u_i + \delta u_{i+1} \quad (3-27)$$

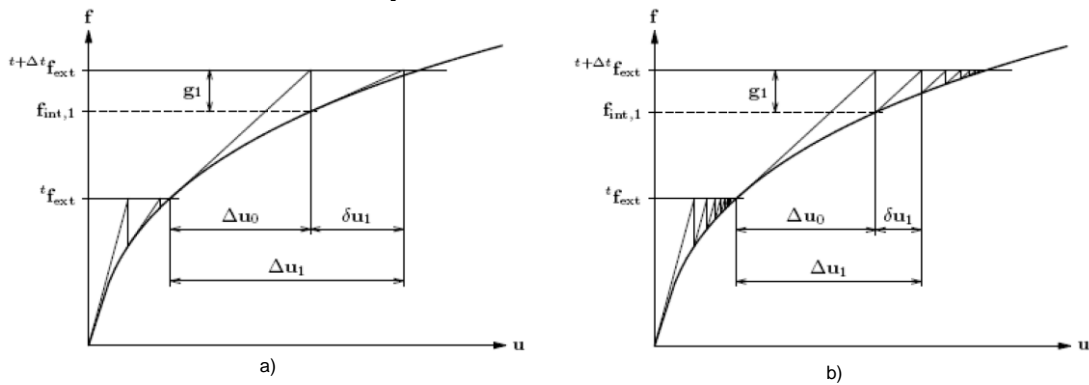
La diferencia entre los distintos métodos iterativos está en la forma en cómo se determina dicho incremento  $\delta u$ . Estos son calculados mediante el uso de una matriz de rigidez linealizada  $K$  que relaciona al vector fuerza y al vector desplazamientos y se puede ser actualizada en cada iteración,  $K_i$ . Un posible planteamiento para determinar el incremento iterativo es:

$$\delta u_i = K_i^{-1} g_i \quad (3-28)$$

donde  $g_i$  es el vector de disequilibrio al comienzo de la iteración  $i$ .

Tanto en MIDAS FEA como en DIANA 10 varios métodos están implementados como el *Initial Stiffness Method*, *Newton-Raphson* o el *Arc-length*. Para los cálculos de este trabajo se ha empleado *Newton-Raphson* como método de resolución dada su robustez.

El método de *Newton-Raphson* calcula la matriz  $K_i$  de rigidez como la rigidez tangencial de la estructura. Según en qué punto se evalúe  $K_i$  se distinguirá entre el método regular y el modificado. En el método regular se evalúa la matriz de rigidez en cada iteración, lo que hace se tenga una convergencia cuadrática pero sólo se asegura una solución si se está suficientemente cerca de la raíz. En el método modificado sólo se evalúa al inicio del incremento por lo que cada iteración es de menor coste computacional pero el número de iteraciones será mayor.



**Figura 3-14. Esquema iterativo del Newton-Raphson  
Method y del Modified Newton-Raphson Method. [62]**

Por último, mencionar los criterios de convergencia que se han utilizado en la modelización. En los programas utilizados estaban disponibles 3 criterios, convergencia por fuerza, por desplazamientos y por energía.

En el criterio de convergencia por fuerzas se calcula el ratio de normas del vector de disequilibrio inicial y el de la iteración actual:

$$\frac{\sqrt{g_i^T g_i}}{\sqrt{g_0^T g_0}} \leq tol \quad (3-29)$$

En el criterio de convergencia por desplazamientos se calcula el ratio de normas del vector de desplazamientos inicial y el de la iteración actual:



$$\frac{\sqrt{\delta \mathbf{u}_i^T \delta \mathbf{u}_i}}{\sqrt{\delta \mathbf{u}_0^T \delta \mathbf{u}_0}} \leq tol \quad (3-30)$$

En el criterio de convergencia por energía se calcula el ratio de normas del vector de desplazamientos inicial y el de la iteración actual:

$$\frac{\sqrt{\delta \mathbf{u}_i^T (f_{int,i+1} + f_{int,i})}}{\sqrt{\delta \mathbf{u}_0^T (f_{int,1} + f_{int,0})}} \leq tol \quad (3-31)$$

## 3.2 DESCRIPCIÓN DE LAS CAMPAÑAS EXPERIMENTALES MODELIZADAS

Como ya se ha explicado existen pocas campañas experimentales en las que se estudie el comportamiento de vigas con armadura de AMF y existen pocos modelos constitutivos de AMF. Por ello uno de los objetivos de Abdulridha et al. [5] con su campaña experimental era proporcionar datos que sirvieran como referencia en la elaboración de modelos constitutivos. En este trabajo se ha utilizado su campaña y los ensayos de Shahverdi et al. [49] [50] para validar los softwares comerciales MIDAS FEA y DIANA y su modelo constitutivo.

### 3.2.1 Abdulridha et al. (2013)

La campaña experimental de Abdulridha et al. [5] se realizó en 2013 y constó de 7 vigas biapoyadas de 2800 mm con una luz o distancia entre apoyos de 2400 mm (Figura 3-15). Las vigas ensayadas tenían una sección rectangular de canto 250 mm y de ancho 125 mm.

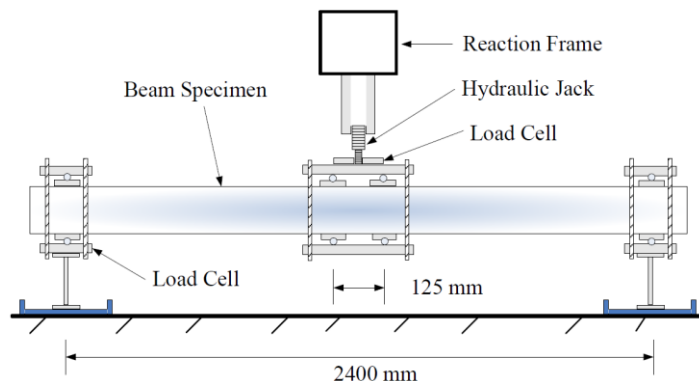
El objetivo de los ensayos fue estudiar el comportamiento de la sección a flexión pura, para ello se aplicaron dos cargas puntuales mediante gatos hidráulicos, separadas por 125 mm para asegurar flexión constante, en el centro de las vigas. Para evitar el aplastamiento del hormigón en las zonas de carga se dispusieron dos placas metálicas de 25 mm de espesor.

Con las 7 vigas se probaron diferentes tipos de cargas y diferentes configuraciones de armado. La nomenclatura utilizada fue la siguiente: B1-SM, B2-NM, B3-SR, B4-NM, B5-NC, B6-NR Y B7-NCM. Donde S indica la utilización de armaduras de Acero y N la utilización de armaduras de Nitinol. Con la letra M se denota que la trayectoria de carga fue monótona hasta rotura, C indica ciclos de carga y descarga hasta rotura y R ciclos de carga inversos. La viga B7-NCM se construyó para contrastar resultados de las vigas B4-NM y B5-NC en las que hubo problemas con los conectores acero-Nitinol. Para ello primero se ensayó la viga cíclicamente en una dirección sin llegar a rotura y a continuación se ensayó monótonamente en la otra dirección hasta rotura.

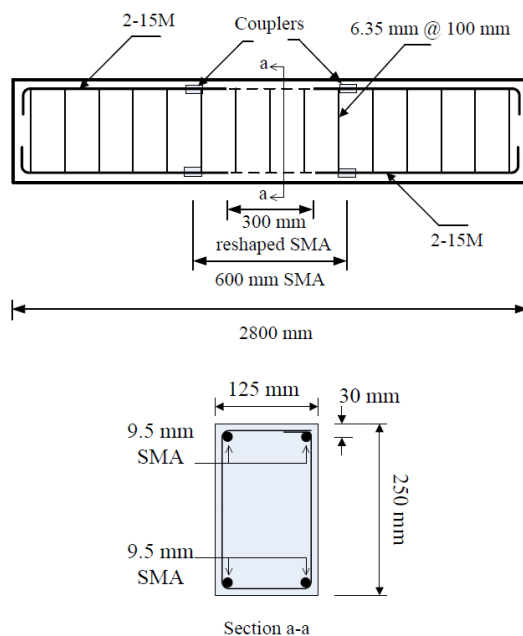
Para las 7 vigas se plantearon 4 configuraciones diferentes de armado, todas ellas con un recubrimiento de 20 mm y cercos  $\phi 6.35$  cada 100 mm. En las vigas B1-SM y B2-SC se colocaron 2 barras 10M ( $A_{10M} = 100 \text{ mm}^2$ ,  $\phi = 11.3 \text{ mm}$ ) como armadura a tracción y dos barras de diámetro 6.35 mm como armadura de piel superior. En las vigas B4-NM y B5-NC se colocaron 2 barras de Nitinol de 600 mm de longitud y diámetro 12.6 mm a las que se les aplicó una reducción de sección,  $\phi = 9.5 \text{ mm}$ , en los 300 mm centrales con el objetivo de llegar antes a la plastificación de la armadura. Las barras de nitinol están conectadas en sus extremos a barras 15M ( $A_{15M} = 200 \text{ mm}^2$ ,  $\phi = 16.0 \text{ mm}$ ). En las vigas restantes con inversión en la dirección de carga, se utilizó una disposición



simétrica a la de sus homólogas de carga unidireccional. En la Figura 3-16 se puede ver un esquema del armado empleado en las vigas B6-NR y B7-NCM.



**Figura 3-15. Esquema del procedimiento seguido en la campaña de Abdulridha et al.[65]**



**Figura 3-16. Esquema del armado empleado en las vigas B6-NR y B7-NCM. [65]**

### Materiales

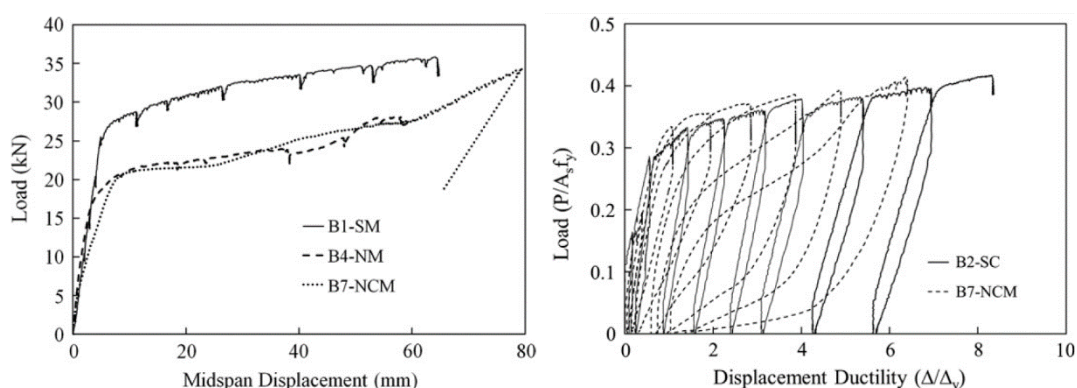
Las barras de Nitinol están compuestas por una aleación de níquel y titanio en una proporción 0.56:0.44 y han sido tratadas térmicamente para que a temperatura ambiente tengan un comportamiento pseudoelástico. La caracterización de todas las barras de armadura se hizo mediante ensayos cíclicos, los diagramas tensión-deformación se pueden encontrar en el Anejo 1

El hormigón empleado poseía una resistencia mínima a compresión de 30 MPa, un tamaño máximo del árido de 10 mm y un asentamiento del cono de Abrams de 100 mm. En la Tabla 3-1 se resumen las propiedades mecánicas de las vigas ensayadas.



**Tabla 3-1. Propiedades mecánicas de las vigas ensayadas.**

Especímenes	Hormigón		Armadura Longitudinal						Armadura Transversal	
	$f'_{cd}$ (MPa)	Módulo elástico $E_c$ (MPa)	Inferior			Superior			Cercos	$f_y$ (MPa)
			Barras empleadas	$\rho$ (%)	$f_y$ (MPa)	Barras empleadas	$\rho$ (%)	$f_y$ (MPa)		
B1-SM	34.6	28400	2 x 10M	0.71	425	2 x $\phi$ 6.35	0.22	570	$\phi = 6.35$ mm cada 100 mm	570
B2-SC	34.6	28400	2 x 10M	0.71	425	2 x $\phi$ 6.35	0.22	570	$\phi = 6.35$ mm cada 100 mm	570
B3-SR	34.6	28400	2 x 10M	0.71	425	2 x 10M	0.71	425	$\phi = 6.35$ mm cada 100 mm	570
B4-NM	32.7	26840	2 x $\phi$ 9.5	0.5	415	2 x $\phi$ 6.35	0.22	570	$\phi = 6.35$ mm cada 100 mm	570
B5-NC	32.7	26840	2 x $\phi$ 9.5	0.5	415	2 x $\phi$ 6.35	0.22	570	$\phi = 6.35$ mm cada 100 mm	570
B6-NR	32.7	26840	2 x $\phi$ 9.5	0.5	415	2 x $\phi$ 9.5	0.50	415	$\phi = 6.35$ mm cada 100 mm	570
B7-NCM	32.7	26840	2 x $\phi$ 9.5	0.5	415	2 x $\phi$ 9.5	0.50	415	$\phi = 6.35$ mm cada 100 mm	570



**Figura 3-17. Diagrama carga-desplazamiento de las vigas ensayadas [5]**

### 3.2.2 Shahverdi et al. (2015)

La campaña experimental realizada por Shahverdi et al. en 2015 [49] estudió el efecto memoria de forma de las AMF. Hasta la fecha, los ensayos que se han llevado cabo en pretensado mediante SMA se han centrado en el estudio de pequeños prismas de mortero con barras embebidas y en el uso de armadura perimetral como confinamiento activo del hormigón.

El estudio experimental ha constado del ensayo de 6 vigas de hormigón armado a las que se les han añadido refuerzos NSM (*near surface mounted reinforcement*) de SMA (Fe-17Mn-5Si-10Cr-4Ni-1(V,C)) y de CFRP. El refuerzo NSM consiste en realizar unas ranuras en el recubrimiento del hormigón y embeber unos laminados o barras adheridos con una resina al hormigón soporte como armadura de refuerzo en dichas ranuras.

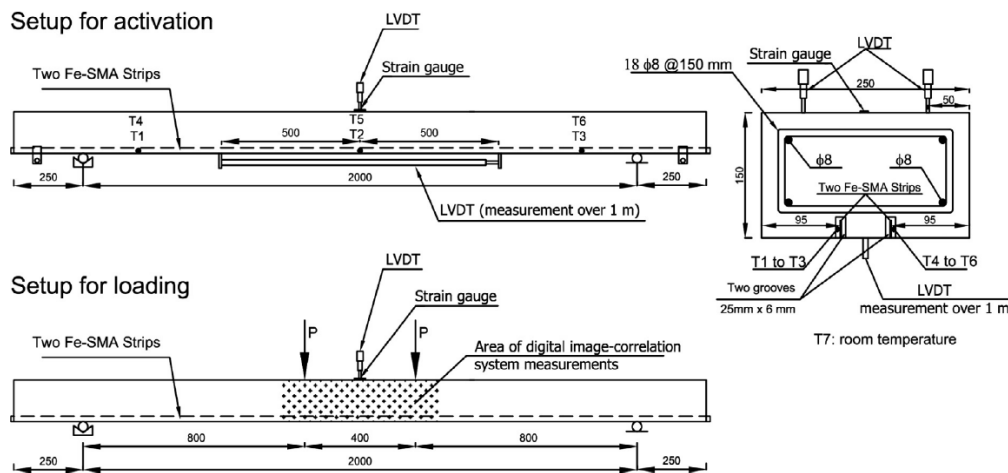
Se trata de vigas biapoyadas de 2500 mm de longitud con una distancia entre apoyos de 2000 mm que han sido ensayadas a flexión mediante la aplicación de dos cargas puntuales centradas y separadas 400 mm entre sí. La sección tiene 150 mm de canto y 250 mm de ancho (Figura 3-18).

De las 6 vigas, 1 de ellas fue de control y no tenía ningún refuerzo. Se construyeron 4 vigas con refuerzos NSM de SMA, a 3 de las 4 vigas se les activó el refuerzo calentándolo mediante corriente eléctrica. La viga restante fue reforzada con CFRP para poder comparar con las anteriores. Todas las vigas poseían una armadura de acero compuesta por 4 barras  $\phi$ 8 y cercos  $\phi$ 8 cada 150 mm, el acero empleado tenía un módulo elástico de 200 GPa y límite elástico de 508 MPa.



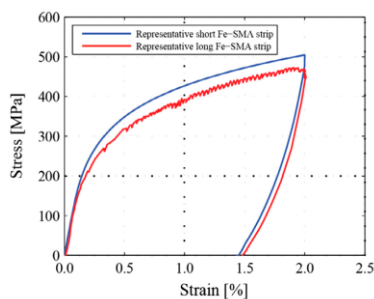
## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma

Los refuerzos NSM fueron instalados en las vigas en unas ranuras previstas durante el hormigonado, con 25 mm de profundidad y 6 mm de ancho. Los refuerzos de Fe-SMA empleados tenían unas dimensiones de 1.7 mm de espesor y 20 mm de ancho. Para conseguir el efecto memoria de forma se traccionaron hasta alcanzar una deformación del 2% y luego se descargaron quedando una deformación plástica del 1,5%, Figura 3-19. Una vez insertados los refuerzos en las ranuras se rellenaron con mortero sin retracción. En el caso del refuerzo mediante CFRP el laminado poseía un módulo de elasticidad de 150 GPa y la ranura se rellenó con resina epoxy. En el caso del Fe-SMA se empleó mortero ya que la necesidad de calentarlo para activarlo hubiera dañado la resina. El hormigón empleado poseía, a 28 días, una resistencia a compresión de 53.4 MPa, una resistencia a tracción de 3.4 MPa y módulo de elasticidad de 35.4 GPa. El tamaño máximo del árido fue de 16 mm y la relación agua cemento de 0.50.

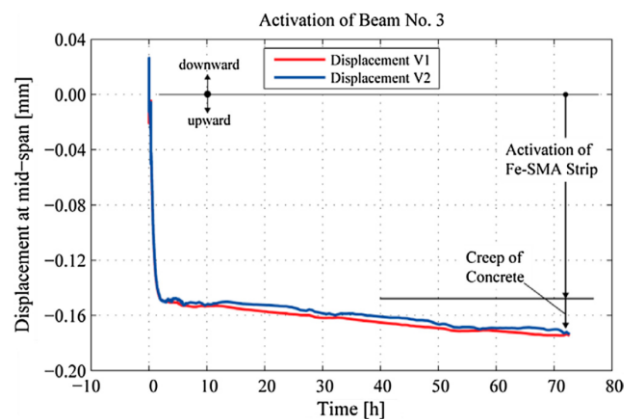


**Figura 3-18. Esquema del ensayo [49]**

La activación se produjo gracias a la resistividad eléctrica del Fe-SMA, antes de embeber los refuerzos en las vigas se conectaron 3 termopares para poder medir la temperatura durante la aplicación de la corriente. En la viga 4 se activaron uno a uno los refuerzos con un voltaje de 23 V durante 15 s, por el contrario, en las vigas 4 y 6 se activaron los 2 refuerzos a la vez con un voltaje de 38 V durante 37 s.



**Figura 3-19. Pretensado de los refuerzos de Fe-SMA**



**Figura 3-20. Evolución de la flecha en la viga 3 debido a la activación del refuerzo.**

Uno de los datos necesarios a la hora de dimensionar estructuras pretensadas es la fuerza o la tensión inicial de pretensado, en este caso al inducir el pretensado mediante





temperatura y sin tener un modelo constitutivo claro del material, no se podía conocer dicha fuerza. Para ello se hizo una estimación de la tensión a partir del levantamiento que se produjo en la viga después de calentar el refuerzo aplicado. Dicha estimación se hizo a partir de la expresión de la flecha en el centro vano (Figura 3-20) de una viga biapoyada a la que se le aplican 2 flectores en sus extremos, ecuación ( 3-32 ).

$$\delta = \frac{ML^2}{8EI} = \frac{A_{Fe-SMA} \sigma_{rec} e L^2}{8EI} \quad (3-32)$$

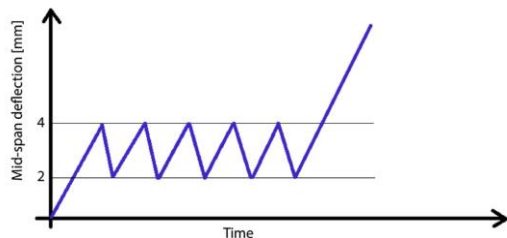
$$\sigma_{rec} = \frac{8EI}{A_{Fe-SMA} \sigma_{rec} e L^2} \delta \quad (3-33)$$

**Tabla 3-2. Estimación de las tensiones de recuperación en los refuerzos de Fe-SMA.**

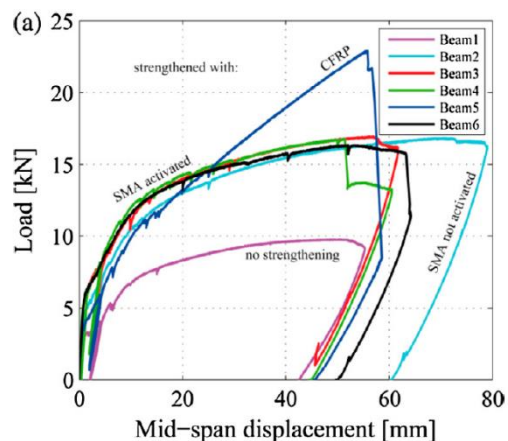
Viga Núm.	Armadura	Desplazamiento inmediatamente después de la Activación (mm)	Tensión de Recuperación inmediatamente después de la Activación (MPa)
3	2 Barras de Acero Corrugado $\Phi 8$ +2 AMFs (activadas)	0.150	190
4	2 Barras de Acero Corrugado $\Phi 8$ +2 AMFs (activadas)	0.152 Media de 0.133 y 0.171	193
6	2 Barras de Acero Corrugado $\Phi 8$ +2 AMFs (activadas)	0.168 Media de 0.161 y 0.175	213

sonde  $A_{Fe-SMA}$  es el área de la sección del refuerzo,  $\sigma_{rec}$  es la tensión de recuperación y  $e$  es la excentricidad del refuerzo respecto a la fibra neutra de la sección no fisurada. La rigidez  $EI$  se obtuvo a partir de la pendiente inicial de los diagramas carga-desplazamiento del ensayo.

El ensayo de las vigas consistió en dos fases, en la primera fase se ensaya la viga cíclicamente aplicando un desplazamiento de 4 mm y una descarga hasta 2 mm en el punto medio, después de aplicar 5 ciclos se aplica una carga hasta rotura. En la Figura 3-22 se muestran los resultados obtenidos en la campaña experimental. Como se puede observar, gracias a los refuerzos se consigue aumentar considerablemente la carga de rotura, y cuando éstos se encuentran activados..



**Figura 3-21. Esquema del procedimiento del ensayo seguido [50]**



**Figura 3-22. Diagrama carga-desplazamiento de las vigas ensayadas [49]**

En la Figura 3-22 se muestran los resultados obtenidos en la campaña experimental. Como se puede observar, gracias a los refuerzos se consigue aumentar considerablemente la carga de rotura, y cuando éstos se encuentran activados.



### 3.2.3 Shahverdi et al. (2016)

La campaña llevada a cabo por Shahverdi et al en 2016 [50] es una continuación de la campaña explicada en el apartado anterior, en la que se busca estudiar el refuerzo mediante pretensado con Fe-SMA. En este caso el refuerzo se ha hecho mediante el recrecido de vigas de hormigón armado.

Las vigas reforzadas y ensayadas poseían la misma armadura de acero que las del apartado anterior, 4 barras  $\phi 8$  como armadura longitudinal y cercos  $\phi 8$  cada 150mm. También se realizó un ensayo de flexión pura, dos cargas puntuales simétricas en vigas de 2500 mm de longitud con 2000 mm de distancia entre apoyos. Las vigas fueron ejecutadas en dos fases. En la primera fase se hormigonaron 120 mm y a la cara superior se le dio rugosidad manualmente. En la segunda fase se fijaron las barras de refuerzo a la cara rugosa y después se ejecutó el recrecido con hormigón proyectado, Figura 3-23.

Tres fueron las vigas ensayadas, 9, 10 y 11. En la viga 9 la armadura de refuerzo consistía en 2 barras corrugadas  $\phi 8$  del mismo acero que el empleado en la armadura principal. Ya en la viga 10 en vez de emplear acero convencional se emplea Fe-SMA, la misma aleación que en las tiras: Fe-17Mn-5Si-10Cr-4Ni-1(V,C), y en la viga 11 se emplean 4 barras corrugadas  $\phi 8$ .

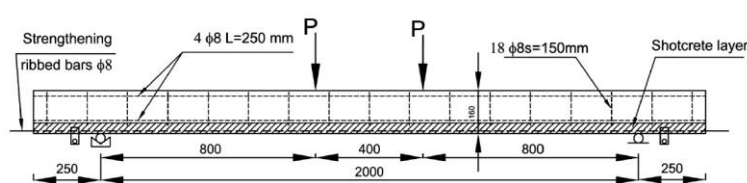


Fig. 1. Drawing of Beams No. 9-11, all dimensions are in mm.

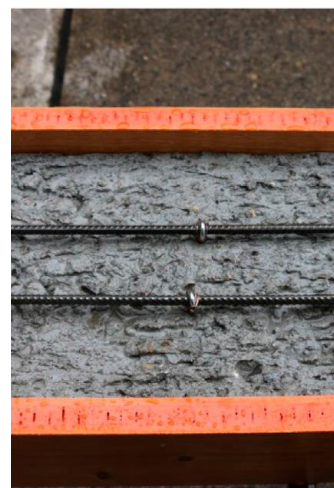
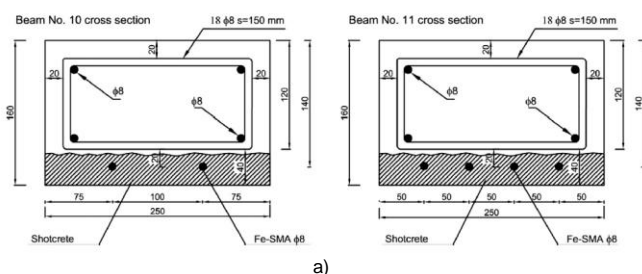
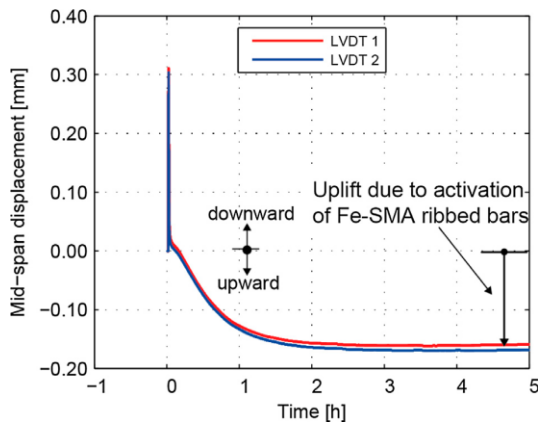


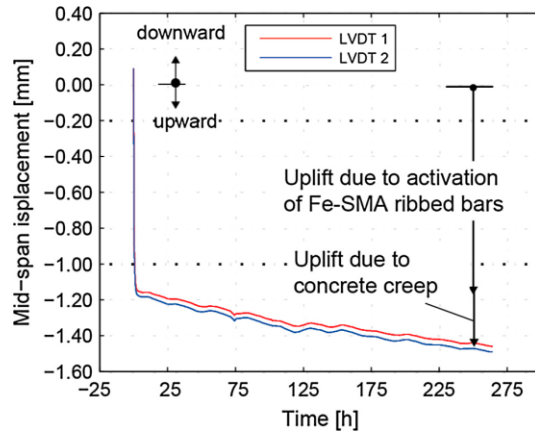
Figura 3-23. a) Esquema del ensayo y secciones de las vigas 10 y 11. b) Barras 8 fijadas a la viga [50].

En estas vigas la activación también se produjo mediante la circulación de electricidad por las barras, pero en este caso se llegó a una deformación máxima del Fe-SMA del 4% obteniendo una deformación remanente del 3.2%, Figura 3-26. En la viga 10 se aplicó un voltaje de 38 V durante 22s. En la viga 11 la activación se realizó en 2 fases 21 s y 19 s. Se observó diferente reacción al pretensado en este caso, una vez enfriadas las barras de Fe-SMA en la viga 10 se había producido una contraflecha de 0.17 mm y en la viga 11 una de 1.18 mm, Figura 3-24 y Figura 3-25. Si bien es cierto que la viga 11 la fuerza de pretensado era mayor al tener el doble de barras embebidas esto no justifica tal diferencia. La hipótesis que se hace es que las vigas tuvieran una rigidez ( $EI$ ) muy diferente. Tal diferencia puede deberse a que la capa de recrecido hubiera fisurado debido a la retracción de la misma. En las imágenes de la cámara DIC (*Digital Image Correlation*) en el momento de la activación se observan deformaciones localizadas que tienen la altura del espesor del recrecido, Figura 3-27.

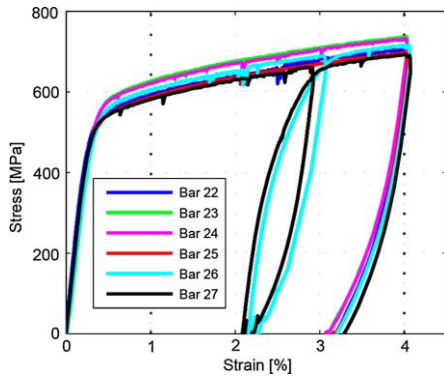
## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma



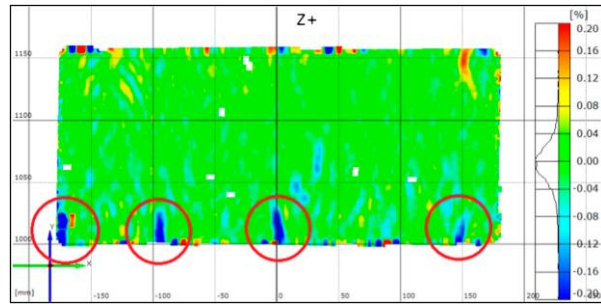
**Figura 3-24. Deformación a largo plazo de la viga 10 después de la activación [50].**



**Figura 3-25. Deformación a largo plazo de la viga 11 después de la activación [50].**



**Figura 3-26. Pretensado de las barras de Fe-SMA. [50]**



**Figura 3-27. Deformaciones longitudinales en la viga 11 después de la activación. [50]**

En este ensayo se calculó la tensión de recuperación a partir de la carga de fisuración. Para ello se igualó la tensión en la fibra inferior, debida al pretensado y a la carga aplicada en el momento de fisuración, a la resistencia a fisuración, ecuación ( 3-34 ). En la viga 10 se tomó como tensión la resistencia a tracción del hormigón proyectado y en la viga 11 se tomó 0 ya que el recrecido había fisurado por retracción.

$$f_{ct} = \frac{6 M_{cr}}{bh^2} - \frac{6 M_{SMA}}{bh^2} - \frac{P_{SMA}}{A_c} \quad (3-34)$$

$$\sigma_{rec} = \frac{f_{ct} - \frac{6 M_{cr}}{bh^2}}{\frac{1}{A_c} + \frac{6 e}{bh^2}} \cdot \frac{1}{A_{SMA}} \quad (3-35)$$

donde  $M_{cr}$  es el momento de fisuración,  $b$  es el ancho de la viga,  $h$  el canto total,  $P_{SMA}$  es la fuerza de pretensado,  $M_{SMA}$  es el momento generado por la excentricidad  $e$  del pretensado,  $M_{SMA} = P_{SMA} \cdot e$ , y  $A_c$  es el área de la sección de hormigón. En la Tabla 3-3 se muestran las tensiones de recuperación y las cargas de fisuración. Para la viga 11 al haber fisurado por retracción el recrecido, la carga de fisuración se dedujo mediante el sistema DIC como la carga a partir de la que se vuelve a abrir la fisura.

El esquema de carga seguido es el mismo que en la campaña de vigas con refuerzo NSM, 5 ciclos de carga y descarga y luego carga hasta rotura, En la Figura 3-22 se muestran los resultados obtenidos en la campaña experimental. Como se puede

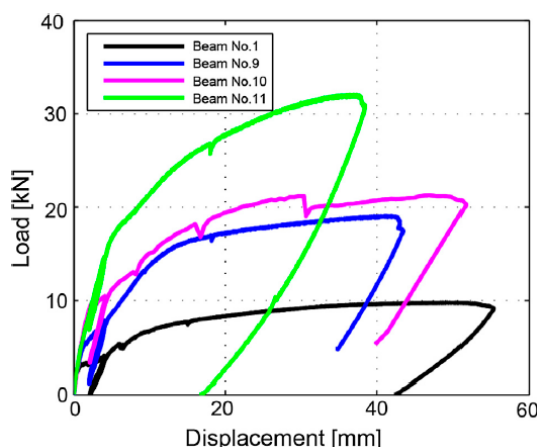


observar, gracias a los refuerzos se consigue aumentar considerablemente la carga de rotura, y cuando éstos se encuentran activados.

**Tabla 3-3. Cargas de fisura para las 3 vigas analizadas**

Viga Núm.	Método de Definición de la Carga de Fisuración					
	Desplazamiento de Carga		DIC: Visual		Deformación de la Carga de Fisuración	
	Carga (kN)	Desplazamiento en el centro de vano (mm)	Carga (kN)	Desplazamiento en el centro de vano (mm)	Carga (kN)	Desplazamiento en el centro de vano (mm)
9	5.5	1.5	5.1	1.3	5.4	1.4
10	9.4	2.1	9.2	2.1	9.5	2.1
11	-	-	6.7	1.4	-	-

En la Figura 3-28 se muestran los resultados obtenidos en la campaña experimental. Al igual que en la campaña experimental anterior gracias a los refuerzos activados se consigue retardar el momento el que ocurre la fisuración. En la curva de la viga 11 no se aprecia ningún punto de inflexión en el que se produce la fisuración debido a la fisuración por retracción en el recrecido de hormigón proyectado.



**Figura 3-28. Diagrama carga-desplazamiento de las vigas ensayadas [50]**

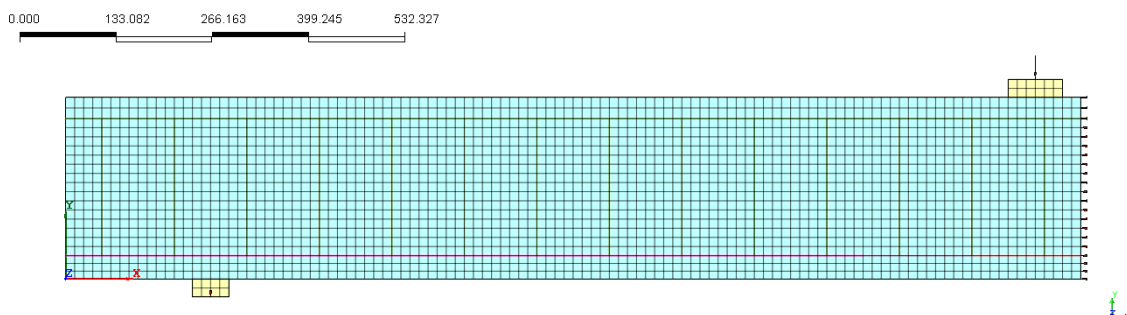
### **3.3 METODOLOGÍA SEGUIDA EN LA MODELIZACIÓN DE LAS VIGAS ARMADAS CON AMF**

Como ya se ha dicho al inicio de este capítulo los programas empleados para la modelización de las vigas ensayadas en las campañas experimentales de Abdulridha et al. [5] y Shahverdi et al. [49], [50] han sido MIDAS FEA y DIANA 10.0. Inicialmente se empezaron a modelar las vigas con MIDAS FEA, pero a la hora de implementar la subrutina que contenía la ecuación constitutiva de las aleaciones de memoria de forma sometidas a carga cíclica el programa falló y no funcionó de forma correcta. Pese a contactar con el soporte técnico de MIDAS FEA en España y Corea, no se obtuvo una respuesta satisfactoria. Por lo tanto, MIDAS FEA funcionaba bien con la implementación de la ecuación constitutiva de la AMF cuando la carga era monotónica pero no lo hacía de la misma forma cuando la carga era cíclica. Por ello, para este caso en particular de carga cíclica, o aplicaciones de carga con ramas de carga-descarga, se recurrió a DIANA v10.0 que también ofrecía la posibilidad de incorporar subrutinas como modelo constitutivo.

Finalmente, se decidió utilizar para casos de carga monotónica MIDAS FEA ya que poseía una interfaz mucho más amigable y además pre-proceso, análisis y post-proceso estaban integrados. Sin embargo, para procesos de carga-descarga se empleó Diana v10.0. Por ello, todos los resultados que se muestran en el capítulo 4 han sido obtenidos con MIDAS FEA excepto los resultados de la viga B7-NCM de Abdulridha et al. [5]



Dado que los ensayos modelados eran ensayos a flexión pura con cargas aplicadas en el centro de las vigas y por lo tanto simétricos, sólo se ha modelado la mitad de las vigas, restringiendo los desplazamientos verticales en el apoyo y los desplazamientos longitudinales en la mitad de la viga. El tamaño de la malla empleada ha sido de aproximadamente 12.5 mm en las vigas de Abdulridha et al. [5] y de 10 mm en las vigas Shahverdi et al. [49], [50]. En la Figura 3-29 se puede ver la geometría y malla del modelo realizado para la viga B4-NM.



**Figura 3-29. Modelo de elementos finitos de la viga B4-NM**

Como ya se ha mencionado en el apartado 3.1.2.1, el modelo constitutivo del hormigón a tracción empleado ha sido la ecuación de Hordjik ( 3-14 ). Como se ve en la ecuación ( 3-15 ), la deformación última del hormigón ya fisurado depende de la energía de fisura y del crack band width. En los artículos seguidos para la elaboración de los modelos no se especificaba la energía de fractura y sólo en el artículo de Abdulridha et al. [5] se mencionaba la separación media entre fisuras.

El valor de la energía de fractura se obtuvo mediante la formulación propuesta por el código modelo CEB que depende de la resistencia del hormigón y del tamaño máximo del árido, datos que sí se proporcionaban en los artículos.

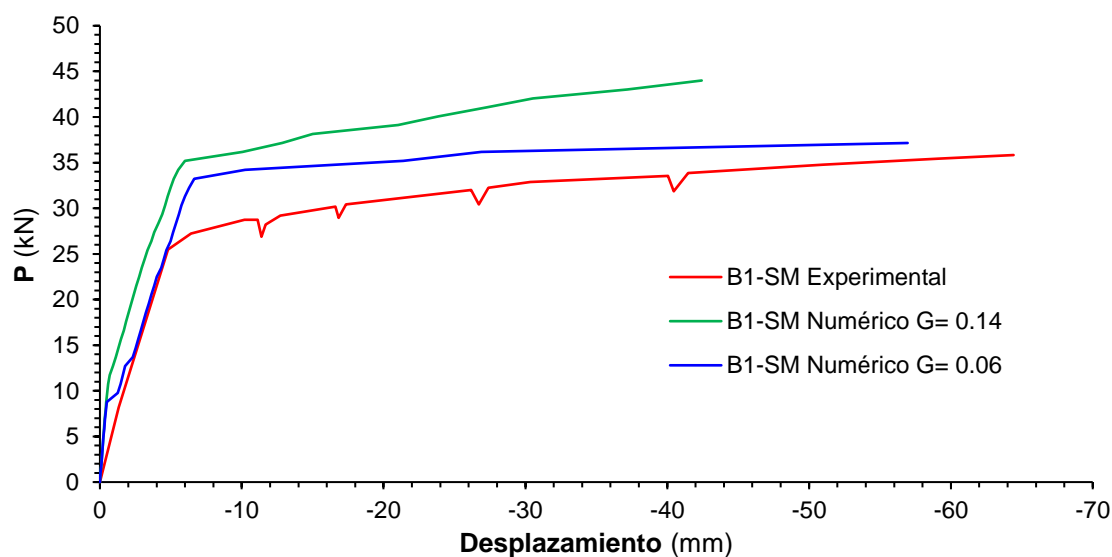
$$G_f = G_{f0} \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0.7} ; \quad f_{cm0} = 10 \text{ N/mm}^2 \quad (3-36)$$

$D_{max} \text{ (mm)}$	$G_{f0} \text{ (J/m}^2\text{)}$
8	25
16	30
32	58

donde  $f_{cm}$  es la resistencia media a compresión,  $G_{f0}$  es la energía de fractura básica y  $f_{cm0}$  es un parámetro experimental.

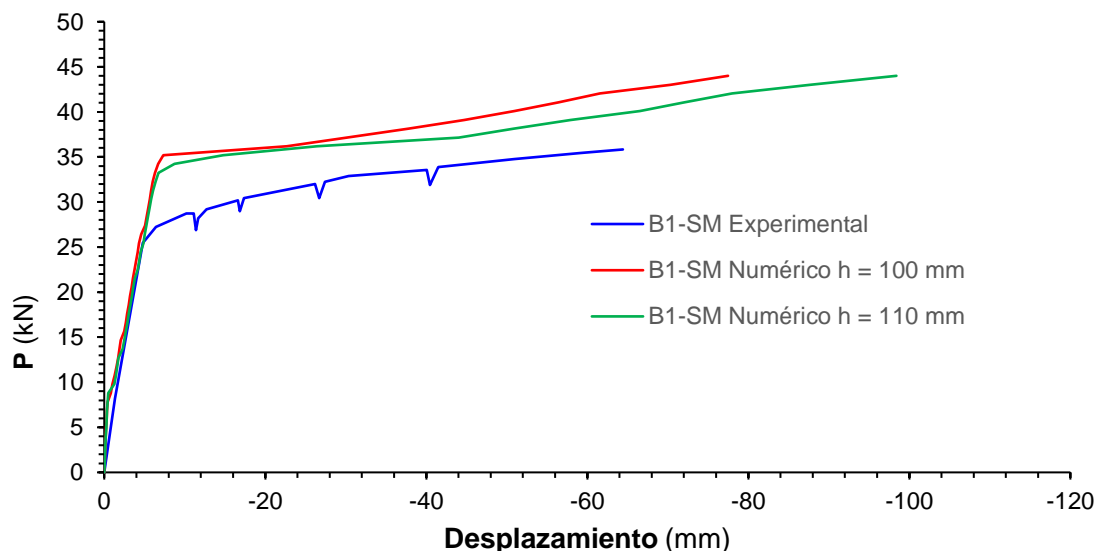
Inicialmente se empleó la formulación de la versión 2010 pero al realizar las primeras simulaciones se observó un comportamiento muy rígido de las vigas, la carga de plastificación de la armadura era considerablemente mayor y a continuación al desarrollarse la rama dúctil de la viga se observaba una rigidez mucho mayor que la observada en los ensayos y por tanto llegando a una carga de rotura mucho mayor, Figura 3-30. Por ello finalmente se adoptó la formulación propuesta en la versión 1990. Para la modelización de las vigas de Abdulridha et al. se utilizó una energía de fractura de 0.062 N/mm y en las de Shahverdi et al., para el hormigón convencional 0.104 N/mm y para el hormigón proyectado 0.097 N/mm.





**Figura 3-30. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B1-SM para varias energías de fractura**

La sensibilidad al *crack band width* también ha sido estudiada en este trabajo. Para ello se partió de la separación media entre fisuras, dato proporcionado por el artículo o bien medido sobre las imágenes de las vigas después de rotura, y se hicieron pruebas incrementando y reduciendo su valor, para ver su influencia. El modelo resultó ser muy poco sensible a este parámetro, Figura 3-31. Finalmente, en las vigas de control de la campaña experimental de Abdulridha et al. se tomó  $h = 100 \text{ mm}$  y en las vigas con armadura SMA se tomó  $h = 150 \text{ mm}$ . Para las vigas reforzadas con tiras Fe-SMA, vigas 1, 2 y 3,4,6, se tomaron unos valores de  $h = 150 \text{ mm}$ ,  $h = 120 \text{ mm}$  y  $h = 110 \text{ mm}$  respectivamente. Para las vigas reforzadas mediante armadura y recrecido, vigas 9, 10 y 11, se tomó  $h = 90 \text{ mm}$ ,  $h = 105 \text{ mm}$  y  $h = 75 \text{ mm}$  respectivamente.

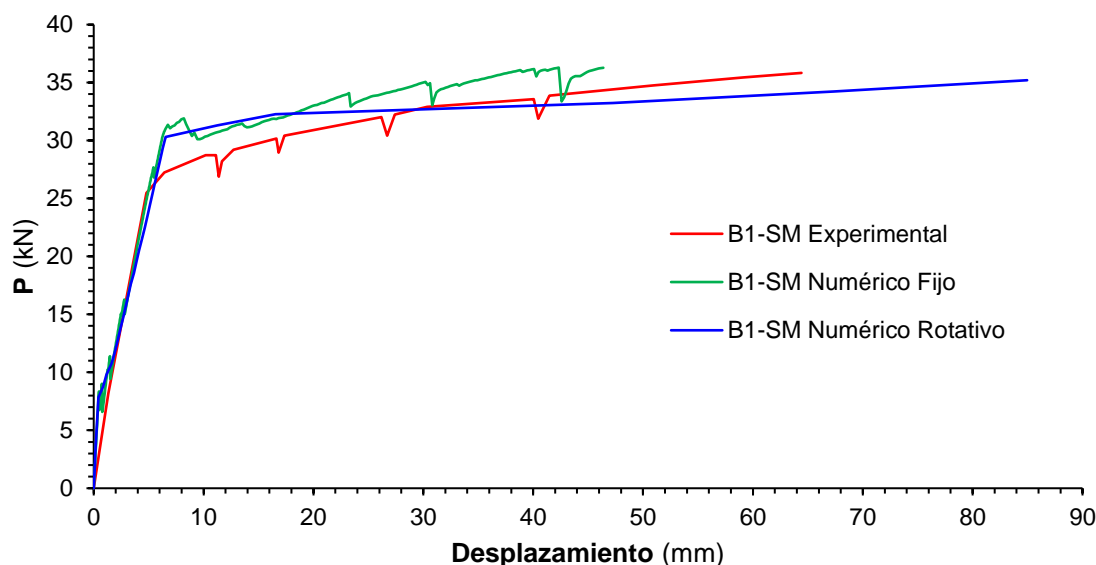


**Figura 3-31 Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B1-SM para diferentes crack band width.**

Otro parámetro con el que se hizo un estudio particular fue con el modelo de fisura, rotativa y fija. Al emplear el modelo de fisura rotativa las simulaciones presentaban un comportamiento brusco una vez se llegaba a la plastificación de las armaduras, la rigidez se reducía drásticamente. Por el contrario, el modelo de fisura fija reproducía mejor la



ductilidad de la sección. Por último, mencionar que cuando se empleó el modelo de fisura rotativa la convergencia y el tiempo de cálculo eran mucho mejores que al emplear el modelo de fisura fija, Figura 3-32.



**Figura 3-32. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B1-SM con el modelo de fisura fija y rotativa.**

En lo referente a los modelos constitutivos de las armaduras todas han sido modelizadas como materiales con plasticidad a los que se les añadía una función de endurecimiento. Dicha función de endurecimiento se ha obtenido a partir de los diagramas tensión-deformación de los ensayos de las armaduras y pueden encontrarse en el Anejo 1.

A la hora de modelizar el proceso de los ensayos se ha realizado un análisis no lineal evolutivo por fases. Primero se calcula una primera fase en la que se aplica el peso propio y a continuación se calculan las fases de carga y descarga. La aplicación de la carga se ha hecho mediante la aplicación de un desplazamiento o mediante la aplicación de fuerzas puntuales. La intención inicial en cada modelización era utilizar un control por desplazamientos ya que así era más sencillo simular los ciclos de carga y descarga dado que así es como se suele hacer en los ensayos experimentales. Sin embargo, en numerosas ocasiones, como se explica en el capítulo 4, se produjeron problemas de convergencia por fuerza y se optó por simular el ensayo mediante aplicación de fuerzas puntuales, es decir, por control de carga y después cambiar a control de desplazamiento. Este proceso además se corresponde con el realizado experimentalmente. En las vigas reforzadas con Fe-SMA activado se ha modelizado el pretensado ejercido por el refuerzo como una fuerza de pretensado calculada a partir de la estimación hecha en los artículos de la tensión de recuperación.



## 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

### 4.1 ABDULRIDHA ET AL. (2013)

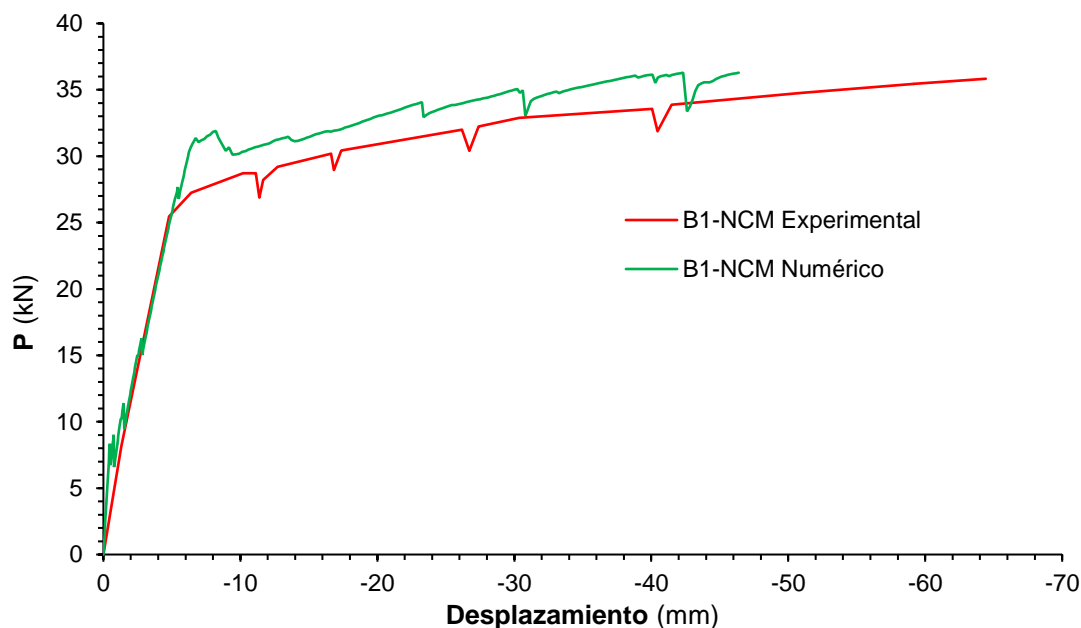
En este apartado se comparan los resultados numéricos con los resultados experimentales de la campaña experimental de Abdulridha et al. [5]. Las vigas modelizadas han sido las B1-SM, B2-SC, B4-NM y B7-NCM. Donde S indica la utilización de armaduras de Acero y N la utilización de armaduras de Nitinol. Con la letra M se denota que la trayectoria de carga fue monótona hasta rotura y con la letra C se indica ciclos de carga y descarga hasta rotura. Las vigas 1 y 2 se modelaron para primero validar el modelo en elementos de hormigón armado convencional, tanto con carga monótona como con ciclos de carga y descarga. Los elementos de comparación que han permitido estudiar la validación del modelo han sido la carga de fisuración y de plastificación, la relación carga desplazamiento, el mapa de fisuras y el modo de fallo. En las figuras mostradas a continuación **P** es la suma de las dos cargas centrales aplicadas durante el ensayo.

#### 4.1.1 B1-SM

En los resultados experimentales se observó que la primera fisura se produjo para una carga de total aplicada de 4 kN y tenía un ancho de 0.1 mm, a continuación, se llega a la plastificación de la armadura que se produce para una carga de 28 kN con una flecha de 8.9 mm. Ya por último se desarrolla el comportamiento plástico de la sección con una carga última de 36 kN y un desplazamiento de 65 mm, Figura 4-1.

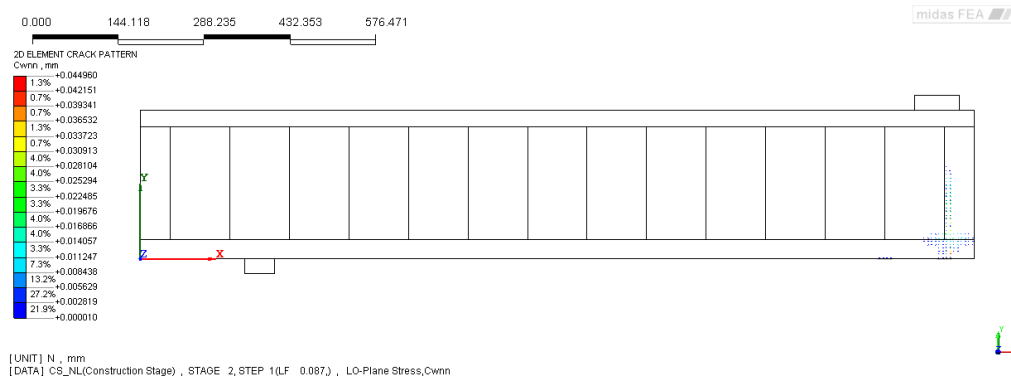


## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma



**Figura 4-1. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B1-SM**

En el modelo numérico de la viga B1-SM, realizado con MIDAS FEA, se observa una carga de fisuración de 8.3 kN y un ancho de fisura de 0.045 mm, Figura 4-2. Con los datos obtenidos se observa como el modelo no capta del todo correctamente la carga de fisuración. La simulación de la viga se hizo mediante la aplicación de un desplazamiento impuesto, por ello una vez fisurada la pieza se observa un descenso repentino de la carga debido a que la inercia se reduce a una cuarta parte. En este punto el modelo presentó problemas de convergencia. A continuación, se observa como la rigidez de la pieza fisurada es capturada correctamente hasta el momento de la plastificación de la armadura.



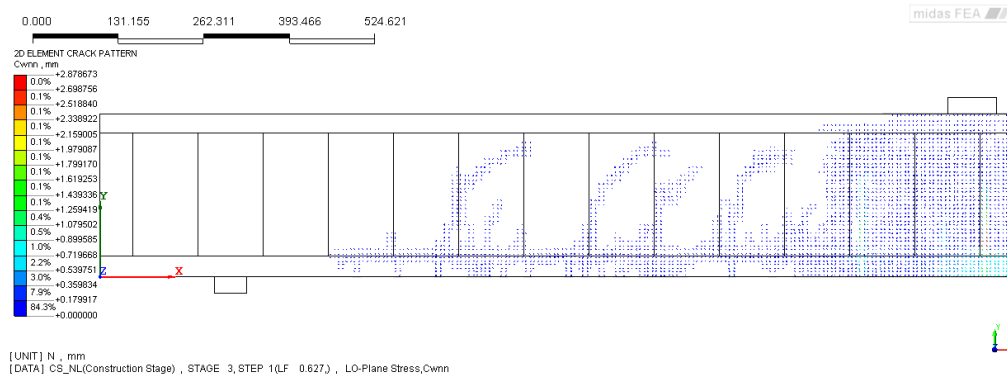
**Figura 4-2. Mapa de fisuras en el momento de la primera fisuración.**

En el modelo numérico se predice una carga de plastificación de 30.0 kN y una flecha en ese instante de 6.2 mm. El resultado obtenido en la carga de plastificación es bastante satisfactorio al sólo producirse un error del 7.1 %. Sin embargo, en la flecha plástica el error obtenido es algo mayor.

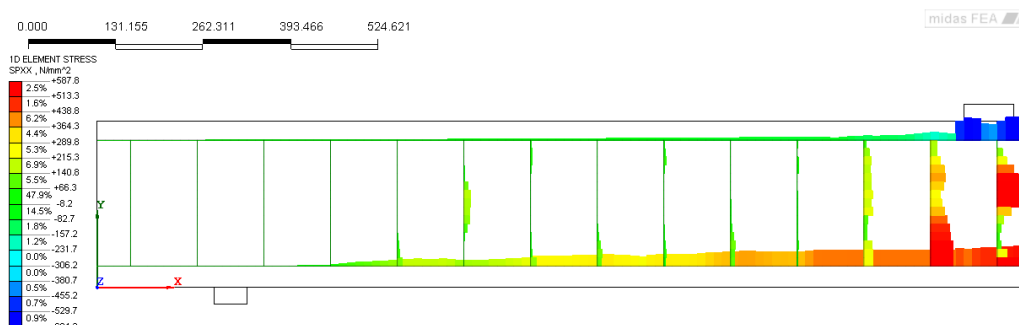
Una vez plastificada la armadura se desarrolla la ductilidad de la sección, como se observa en la Figura 4-1 el modelo reproduce correctamente la tendencia ascendente de la viga debida al endurecimiento del acero. Al llegar a un desplazamiento de 46.4 mm el modelo deja de converger, obteniendo una carga de 36.3 kN. La convergencia se pierde debido a que en ese momento el hormigón ya se encuentra muy dañado, existen deformaciones del 4.1 % en la zona a compresión y del 9.8 % en la zona a



tracción. Por tanto, podemos tomar dicho instante como rotura de la pieza, obteniendo un error en la carga última del 0.8 % y el mismo modo de fallo, rotura por aplastamiento del hormigón con las armadura plastificadas. En la Figura 4-3 se observa el mapa de fisuras en dicho momento, el ancho de fisura obtenido es de 2.9 mm, resultado algo alejado de los 11 mm obtenidos en la campaña experimental.



**Figura 4-3. Mapa de fisuras en el momento de la rotura.**



**Figura 4-4. Diagrama de tensiones en la armadura en el momento de la rotura.**

#### **4.1.2 B2-SC**

El objetivo de modelizar la viga B2-SC era evaluar cómo se comportaba el modelo MIDAS FEA frente a cargas cíclicas. Al igual que en la simulación de la viga B1 en el momento de la fisuración el modelo presentó ciertos problemas de convergencia. A continuación, se ve como el modelo reproduce adecuadamente la rigidez de la viga hasta llegar a un pico de resistencia de 30.4 ken. Los ciclos de carga y descarga se simularon de acuerdo con la trayectoria de desplazamientos realizada en el ensayo, expresados en múltiplos de desplazamiento para el cual se producía la plastificación.

Al llegar a la primera descarga, Figura 4-5, se observa como la simulación descarga con la misma rigidez que la viga experimental. Lo que no se reproduce correctamente es el desplazamiento remanente en la viga, mientras que en la viga experimental se obtiene una flecha permanente de 7.8 mm, en la simulación se obtiene 6.7 mm. En las sucesivas descargas se observa como las rigideces de descarga simuladas se van asemejando cada vez menos a las experimentales, sobre todo en las dos últimas descargas, este hecho se debe a que el modelo no simula correctamente la descarga en el hormigón cuando éste tiene un nivel elevado de daño.

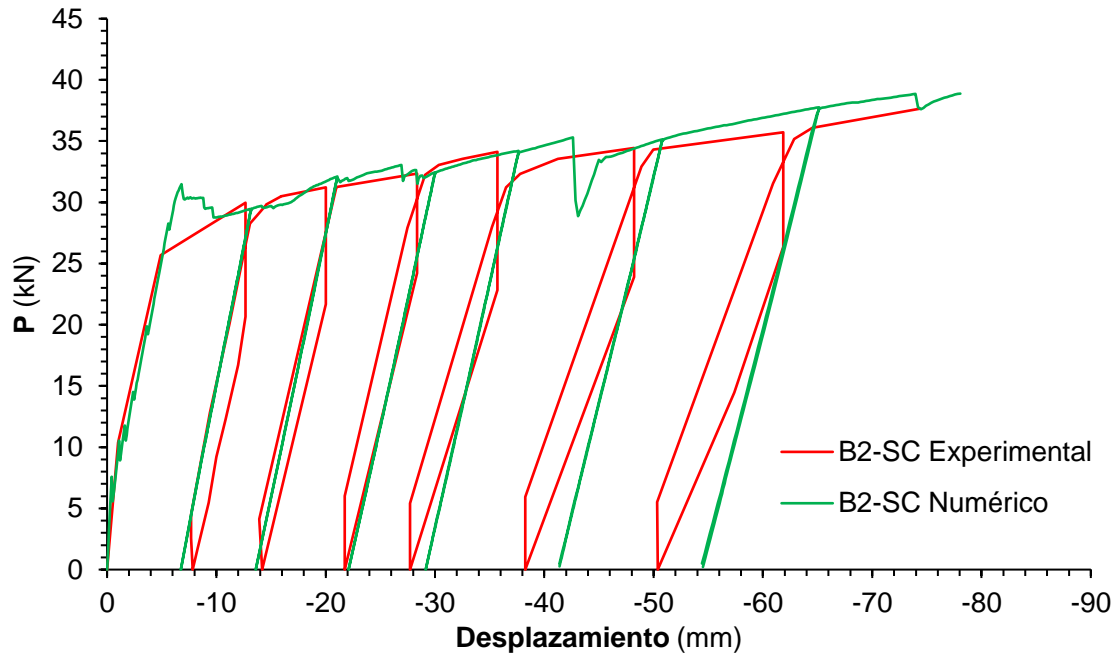
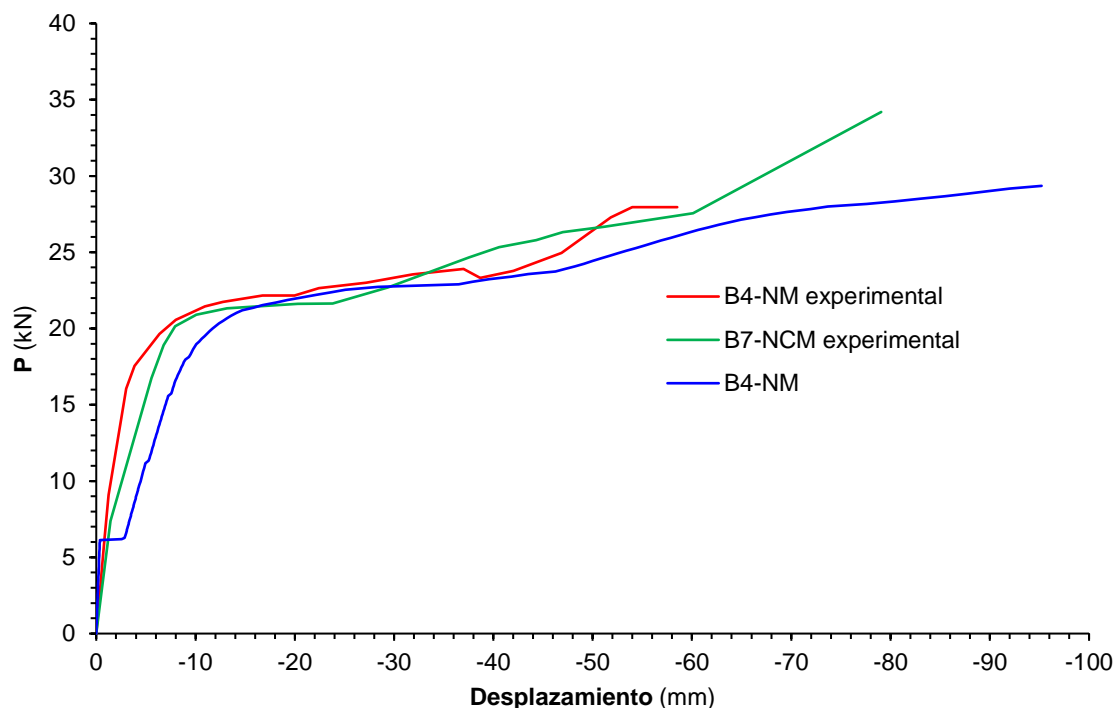


Figura 4-5. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B2-SC

#### 4.1.3 B4-NM

Al igual que en la viga B1-SC, en los ensayos experimentales se observó la primera fisura para una carga total aplicada de 4 kN con un ancho de 0.15 mm. En la modelización, la fisura se produce para una carga de 6.2 kN, el resultado se aproxima mucho mejor que en la modelización de la viga B1-SM pero el error sigue siendo elevado, un 55% mayor. También se puede observar como la respuesta en el momento de la fisuración es bastante brusco, produciéndose un aumento de flecha instantáneo de 2.2 mm.

Como se observa en la Figura 4-6 una vez fisura el hormigón, el modelo no reproduce bien la rigidez fisurada de la viga. En el ensayo experimental la rigidez de la viga es aproximadamente de 3900 N/mm mientras que en el modelo numérico es de 2250 N/mm. Posteriormente se llega a la plastificación de la armadura, el modelo de elementos finitos arroja una carga de 20.8 kN que es un valor muy cercano a los 21 kN obtenidos en el ensayo, resultado muy satisfactorio con tan solo un error del 1%.



**Figura 4-6. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B4-NM**

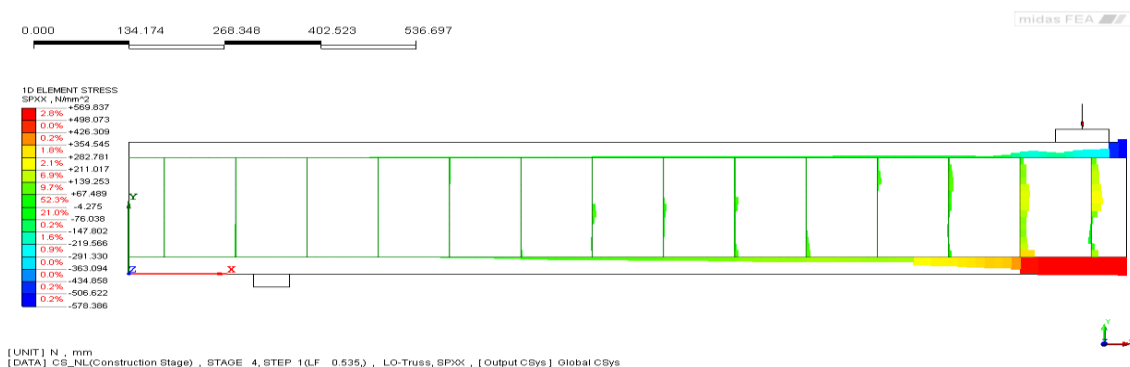
En los ensayos experimentales la rotura de la viga se produjo debido a la rotura de la barra de Nitinol en una sección cercana a los conectadores mecánicos entre las barras de Nitinol y las barras 15M de acero, fuera de la zona de máxima flexión y con una carga máxima de 28 kN. Sin embargo, la viga B7-NCM, que había sido ensayada cíclicamente en dirección inversa previamente, alcanzó su carga máxima por rotura de la barra de Nitinol y rotura por aplastamiento del hormigón, esta vez sí, la barra de Nitinol rompió en la zona de máxima flexión y para una carga aplicada de 34 kN. En la Figura 4-6 se ha representado también la relación carga desplazamiento de la viga B7-NCM. La comparación de carga última se realizará respecto a B7-NCM ya que las barras se han modelado con adherencia perfecta y por tanto el modelo no capturará un modo de fallo que no sea el agotamiento de los materiales.

Una vez plastificada la armadura se desarrolla la ductilidad de la sección hasta llegar a la rotura. Como se observa en el gráfico, el modelo reproduce correctamente la tendencia de la ductilidad. Sin embargo, no se acaba de capturar correctamente el ligero aumento de rigidez que tiene la viga experimental a partir de los 60 mm de desplazamiento. Para un desplazamiento de 80 mm el modelo predice una carga aplicada de 28.3 kN, valor un 16.8 % menor que el resultado experimental.

Para esa misma carga la armadura tiene una tensión de 570 MPa, valor cercano a los 590 MPa de resistencia máxima que tenían las barras de Nitinol, Figura 4-7. El modo de fallo predicho por el modelo de elementos finitos es también la rotura por aplastamiento del hormigón a la vez que se alcanza la resistencia última en el Nitinol. Este fenómeno es reproducido correctamente por la simulación, como se observa en la Figura 4-8, en la cabeza de compresión de la zona crítica se han alcanzado deformaciones post-pico.



## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma



**Figura 4-7. Mapa de tensiones en la armadura para una carga de 28.3 kN y un desplazamiento de 80 mm**



**Figura 4-8. Deformaciones en el hormigón en el momento de la rotura teórica de la armadura**

Por último, si comparamos el patrón de fisuración obtenido en el modelo y el de la campaña experimental, Figura 4-9, en la simulación se observa como toda la zona central está completamente fisurada, ya sea por fisuras de tracción o compresión. Lo que no se ha conseguido reproducir correctamente es la zona en la que se originan las fisuras, el modelo numérico aparecen fisuras a lo largo de aproximadamente 1700 mm mientras que en el ensayo experimental a lo largo de unos 1000 mm. Otro resultado que no se captura adecuadamente es la separación entre fisuras, 155 mm en los resultados experimentales contra los 100 mm de la simulación, resultados obtenidos a pesar de haber empleado un crack band width de 155 mm en la modelización numérica.



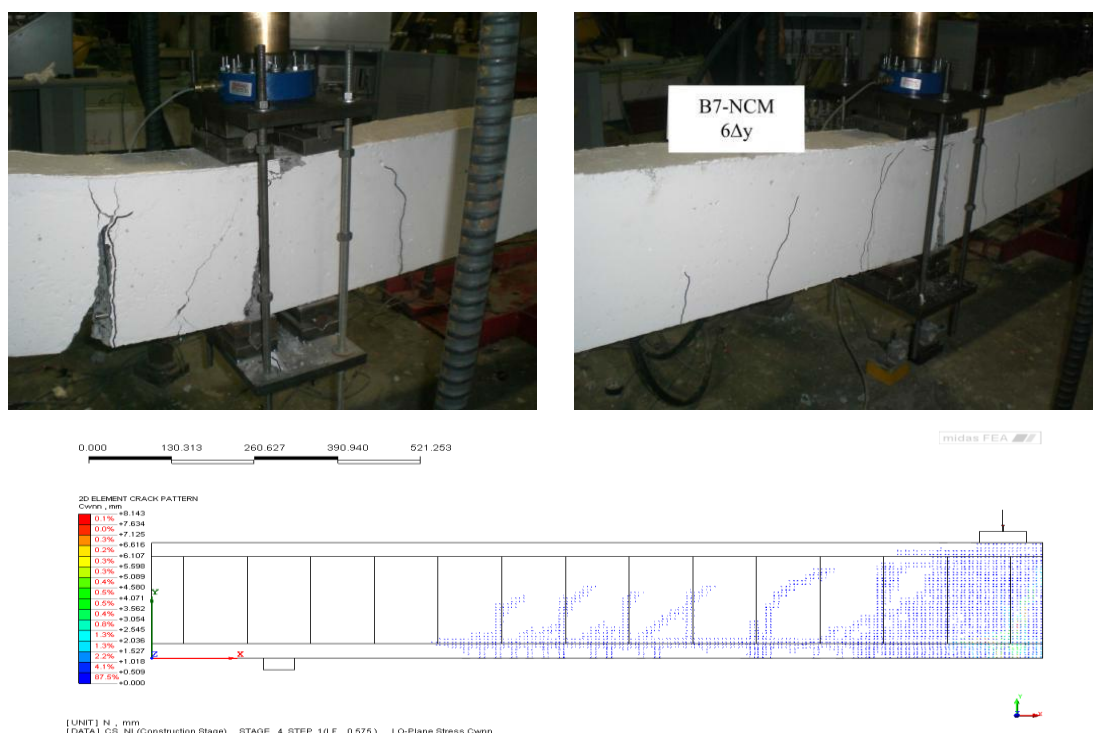


Figura 4-9. Mapa de fisuración de la viga B4-NM para una carga de 28.3 kN

#### 4.1.4 B7-NCM

La viga B7-NCM, con armadura compuesta por dos barras inferiores y dos barras superiores  $\phi 9.5$  de Nitinol en su parte central, fue modelizada con DIANA 10.0 ante la imposibilidad de implementar la subrutina con el modelo constitutivo de pseudoelasticidad propuesto por Abdulridha et al. [5] en MIDAS FEA.

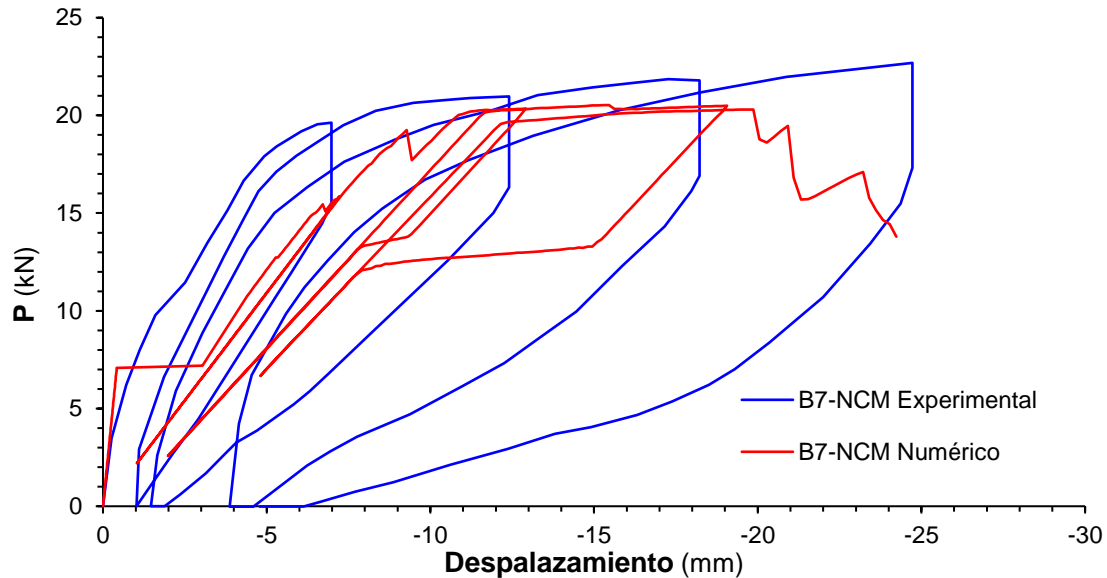
La modelización se hizo para los 6 primeros ciclos de carga y descarga antes de ensayar la viga hasta rotura en dirección inversa. El primer ciclo acaba cuando se alcanza la flecha plástica, siendo en este caso es de unos 7 mm, y a continuación se va aumentando en cada ciclo un múltiplo de ésta hasta llegar a un desplazamiento final de 6 veces la flecha plástica. Para evitar problemas de convergencia el primer ciclo de carga se modelizó mediante un control por carga hasta superar la carga de fisuración y ya a continuación se procedió con un control por desplazamientos.

Los resultados obtenidos durante la primera carga son similares a los obtenidos en la simulación de la viga B4-NM. Se obtiene una carga de fisuración con un error considerable, 7.2 kN en la simulación contra los 4 kN obtenidos en el ensayo.

Nuevamente se aprecia una trayectoria brusca en el siguiente incremento de carga, en forma de escalón, Figura 4-10. El motivo de esta trayectoria brusca es que debido a la baja cuantía de armadura colocada la inercia de la viga una vez fisura queda dividida por 12 y por tanto el desplazamiento para una carga similar aumenta considerablemente. A partir de este momento es cuando el número de iteraciones requeridas para converger aumenta considerablemente ya que empieza a actuar la no linealidad del hormigón.



## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma



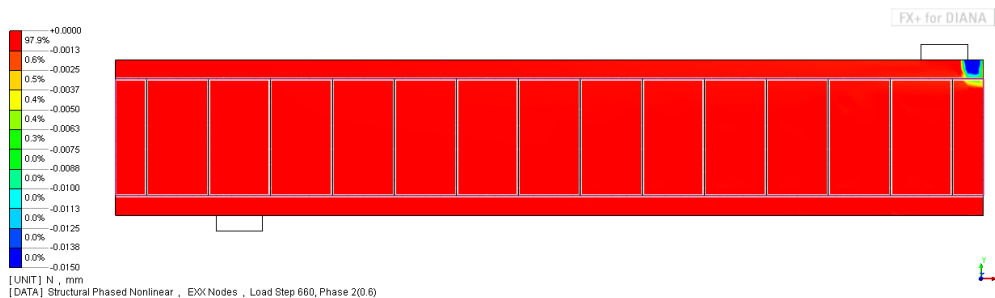
**Figura 4-10. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga B7-NCM**

Después de la fisuración se observa como la rigidez se degrada considerablemente, pero en este caso la diferencia en la rigidez experimental y la obtenida con modelo numérico no difiere tanto,  $1800 \text{ N/mm}^2$  del modelo numérico contra los  $2600 \text{ N/mm}^2$  del ensayo experimental.

A continuación, se produce una de las diferencias más importantes, y es que al llegar a los 7 mm de desplazamiento en el ensayo experimental la armadura ya ha plastificado mientras que en la simulación numérica se encuentra aún en rango elástico y por tanto la recuperación de desplazamientos es casi total.

No es hasta el 2º ciclo de carga donde se produce la plastificación de la armadura. Al haber entrado la armadura de Nitinol en la meseta plástica, que es cuando se produce la transformación martensítica, la sección empieza a desarrollar la rama ductil. Tal y como se observa en la Figura 4-10 la 2ª descarga no sigue una trayectoria lineal, sino que sigue una trayectoria lineal de 3 tramos, similar a la del modelo constitutivo empleado y en la 3ª recarga se produce una trayectoria lineal. Es aquí donde se ve que la subrutina ha sido implementada correctamente. Lo mismo sucede entre la 3ª descarga y la 4ª recarga.

Finalmente, durante la 4ª recarga, al llegar a un desplazamiento de 20 mm y una carga de 20.3 kN se produce la rotura de la pieza por aplastamiento de la cabeza de compresión, tal y como se observa en la Figura 4-11. Por tanto, nuevamente se reproduce correctamente el modo de rotura pero la carga predicha por el modelo se queda bastante alejada de los 34 kN obtenidos al ensayar dicha viga con carga monótona inversa.



**Figura 4-11. Deformaciones post-pico en el hormigón en el momento de la rotura.**



Se puede concluir por tanto que el modelo no puede ser validado hasta que no se dispongan de más ensayos experimentales. Será necesario realizar ensayos en los que la cuantía de armadura sea superior a la de la campaña modelizada para poder confirmar que el modelo presenta dificultades a la hora de representar la fisuración en elementos de este tipo.

## **4.2 SHAHVERDI ET AL. (2015)**

En este apartado se comparan los resultados numéricos con los resultados experimentales de la campaña experimental de vigas con refuerzos NSM de Fe-SMA llevada a cabo por Shahverdi et al. [49]. Las vigas modelizadas han sido las número 1, 2, 3, 4 y 6. Los resultados comparados para la validación del modelo han sido la carga de fisuración, la relación carga desplazamiento, la distribución de fisuras y el modo de fallo. En las figuras mostradas a continuación **P** es cada una de las cargas centrales aplicadas durante el ensayo.

### **4.2.1 Beam 1**

El objetivo de ensayar esta viga era tener una viga de control con la que poder cuantificar el aumento de resistencia en las vigas reforzadas. Es importante mencionar que a la hora de calcular el modelo se tuvieron grandes problemas de convergencia. En los ensayos se obtuvo una carga de fisuración de 2 kN mientras que en el modelo numérico se obtuvo una carga de 3 kN, lo que supone un 50% de error.

A partir del momento en el que fisura la viga el modelo empieza a tener problemas, tal y como se observa en la Figura 4-12 la curva carga-desplazamiento sigue una trayectoria escalonada en vez de continua. El motivo de estos problemas de convergencia es la baja cuantía de armadura que posee la viga, igual que sucedió en la viga 1 de la campaña experimental de Abdulrihda et al. [5]. En este caso la reducción de inercia es aún mayor, la inercia fisurada es 20 veces menor que la inercia bruta. Se produce el fenómeno denominado *snap through*, al modelizar la aplicación de la carga mediante control por desplazamiento, cuando fisura la viga se requiere menos carga aplicada para mantener el mismo desplazamiento y el modelo no es capaz de reproducir esta reducción de carga. Con tal de evitar este problema se hizo un control por carga con el que obtuvieron los resultados mostrados en la Figura 4-12, significativamente mejores que con el control por desplazamiento. Cada escalón corresponde a incrementos de carga donde el modelo no ha convergido y en los que aparece una nueva fisura de manera brusca.

Dado que el modelo no reproduce correctamente el comportamiento fisurado del hormigón, los resultados obtenidos una vez la viga ha fisurado completamente no poseen una gran fiabilidad.



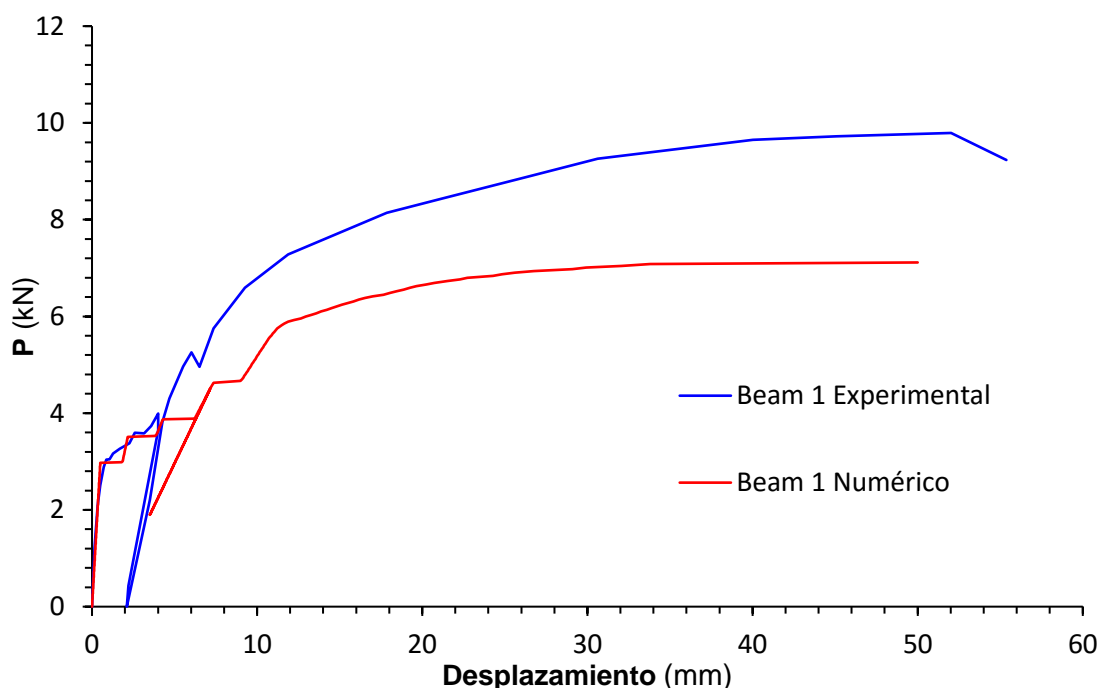


Figura 4-12. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 1

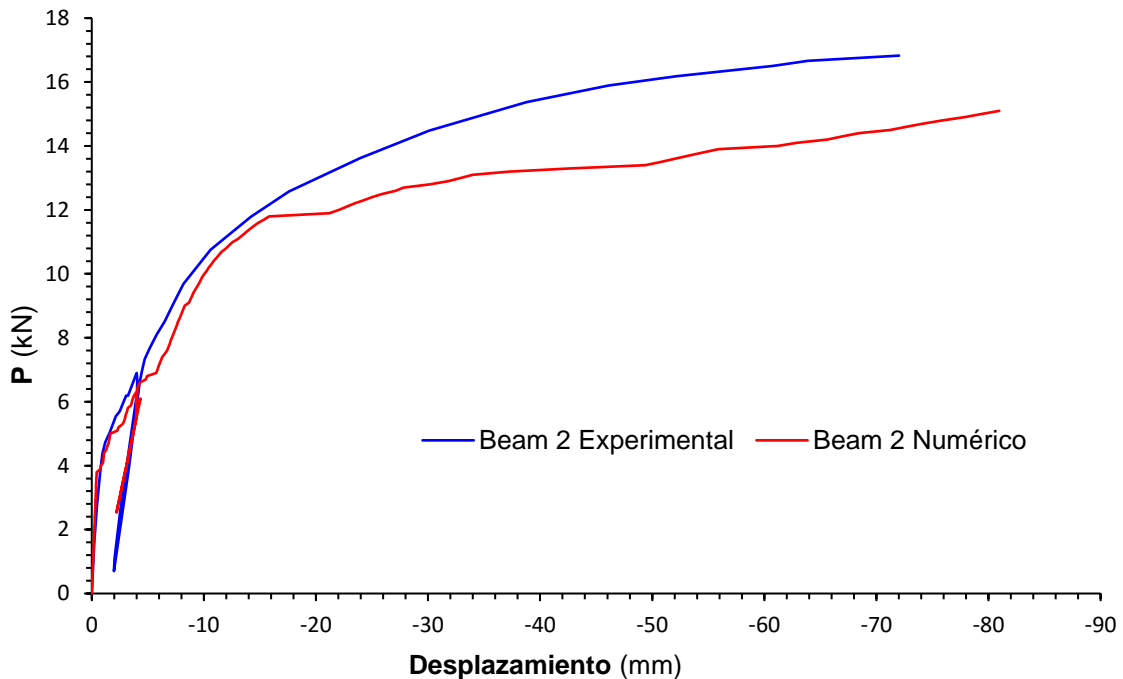
#### 4.2.2 Beam 2

En la viga número 2 con refuerzos NSM pero no activados se produjo la primera fisura para una carga de 2.5 kN. La carga de fisuración obtenida en el modelo es de 3.8 kN, lo que supone un error del 92%. Como se observa en la figura Figura 4-13 la rigidez inicial de la viga no es reproducida perfectamente por el modelo numérico, se obtiene una respuesta un 20% más rígida.

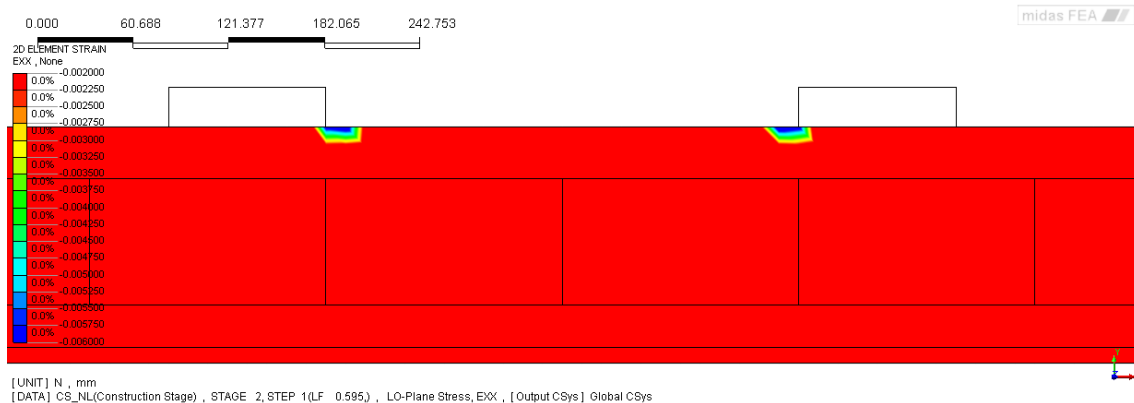
La simulación de esta viga presentó problemas de convergencia al simular el ensayo mediante un desplazamiento impuesto. Por ello se hizo una modelización mixta. Se realizó una primera simulación con carga monótona que superase los 4 mm de desplazamiento. Con esta primera simulación se obtuvo la carga aplicada para un desplazamiento de 4 mm. De esta manera la simulación final se realizó primero con una carga provocase un desplazamiento de 4 mm, a continuación, se aplicó un desplazamiento vertical ascendente de 2 mm y por último se aplicó una fuerza hasta rotura.

Una vez fisurada la sección la rigidez fisurada sí que se reproduce adecuadamente hasta llegar a una carga aproximadamente de 12 kN. A partir de esa carga el modelo arroja una rigidez menor ya que se alcanza la tensión pico en el hormigón y el modelo no reproduce correctamente el comportamiento de la pieza al estar el hormigón ya dañado, Figura 4-14. Por tanto, vemos como el modo de fallo es reproducido correctamente por el modelo. Finalmente, el modelo deja de converger cuando se alcanza una carga aplicada de 15.7 kN, por tanto, tomamos este valor como carga última del modelo, valor un 6% inferior al obtenido en los ensayos experimentales.

## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma



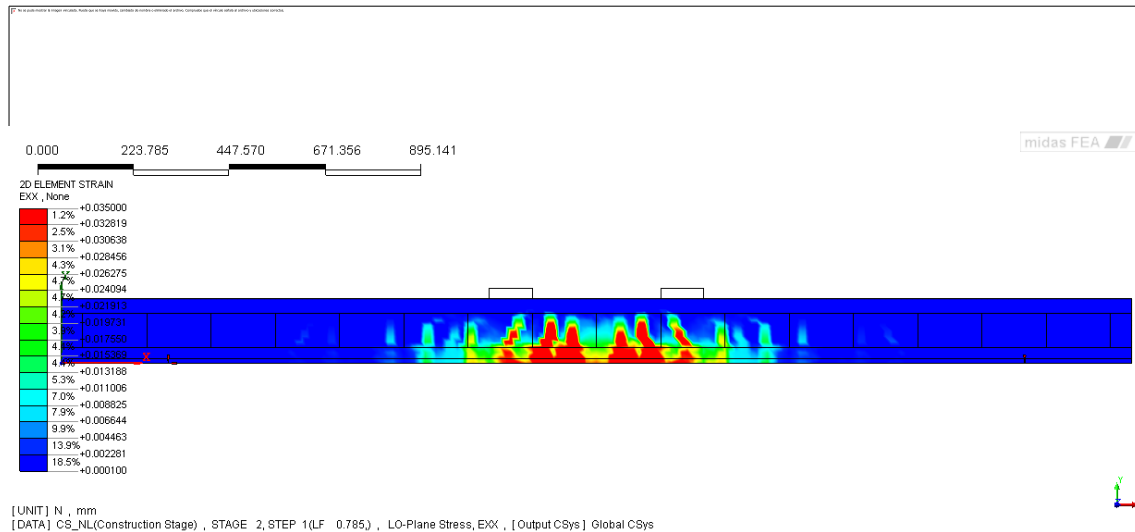
**Figura 4-13. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 2**



**Figura 4-14. Zonas donde se han superado las deformaciones post-pico en el hormigón para una carga aplicada de 12 kN**

Por último, realizar una comparación entre el mapa de fisuras obtenido con el modelo numérico y las fisuras obtenidas en los ensayos experimentales. En los ensayos experimentales se observaron bajo carga última unas fisuras que subían hasta la cabeza de compresión y una separación media entre fisuras de unos 90 mm. En el modelo se obtiene una separación de también 90 mm y llegando también hasta la cabeza de compresión. Donde se observa más diferencia es en la zona donde se localizan las fisuras, mientras en el ensayo experimental se localizaron en una longitud de unos 1400 mm, en el modelo esta longitud se reduce unos 800 mm, Figura 4-15.

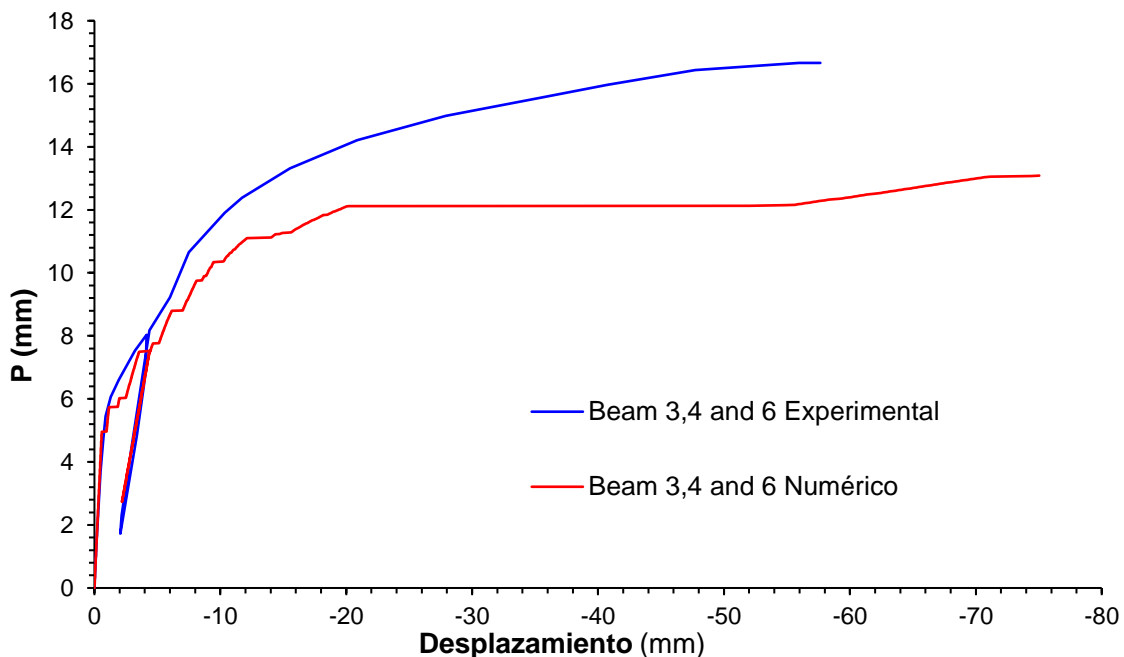
## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma



**Figura 4-15. Comparación del patrón de fisuración después de rotura.**

### 4.2.3 Beam 3,4 y 6

Las vigas 3,4 y 6 tenían el mismo refuerzo NSM que la viga 2 pero éstos estaban activados mediante un calentamiento hasta los 160°C. En el ensayo experimental se obtuvo una carga de fisuración de unos 4.5 kN, promediando el resultado de las 3 vigas, un 80 % más que la viga 2 sin pretensar. La carga de fisuración predicha por el modelo fue de 4.9 kN, un 9% mayor, resultado mucho más preciso que en la viga 2. En esta ocasión destaca como el modelo ha reproducido correctamente la rigidez de la viga antes de la fisuración.



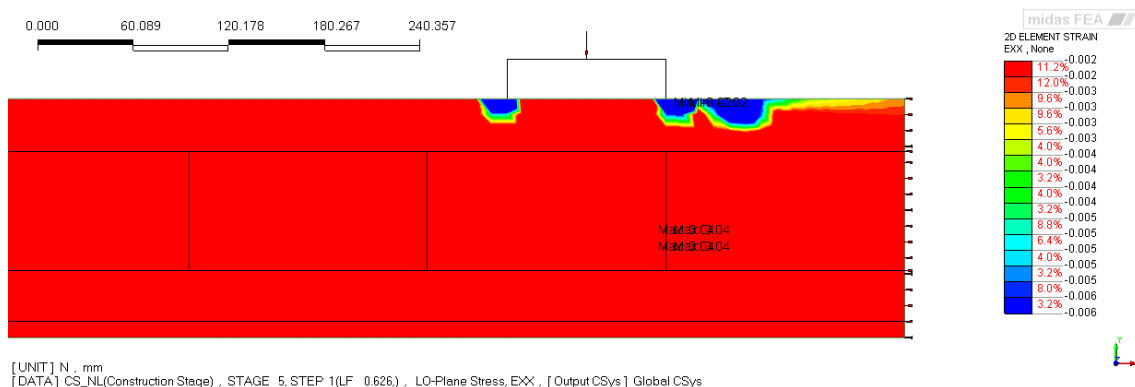
**Figura 4-16. Diagrama carga-desplazamiento de los resultados experimentales y numéricos de las vigas 3,4 y 6.**

Después de la fisuración el diagrama carga-desplazamiento, Figura 4-16, pierde rigidez y este fenómeno es capturado correctamente por el modelo numérico, pero siempre dando valores menores de carga para el mismo desplazamiento. En la simulación, al llegar aproximadamente a una carga de 12 kN el desplazamiento se incrementa de



manera brusca. Al igual que en la viga 2, esto es debido a que se alcanza la deformación pico en el hormigón, Figura 4-17, y ya con el hormigón dañado a compresión el modelo no reproduce correctamente el diagrama carga-desplazamiento obtenido en los ensayos experimentales. Por tanto, tomaremos como carga última numérica estos 12 kN, valor un 28% inferior al del ensayo experimental. Nuevamente podemos decir que el modelo reproduce correctamente el modo de fallo de la viga, rotura por compresión del hormigón.

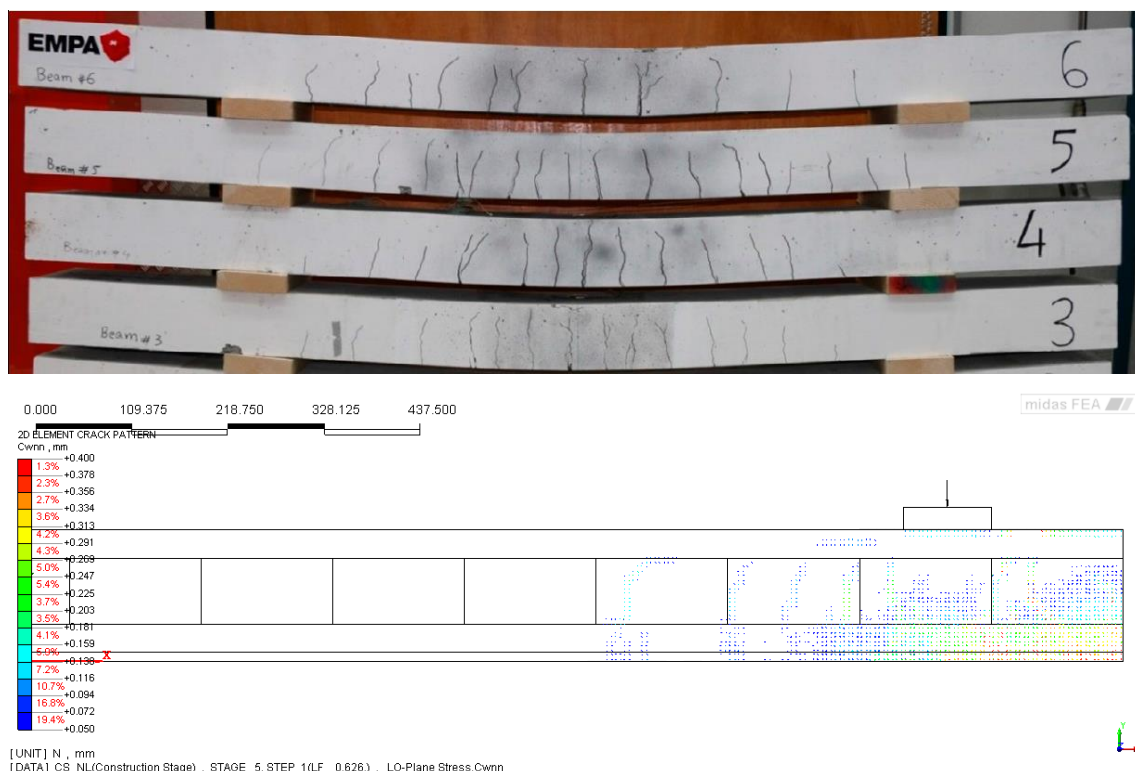
En lo referente a la simulación de los ciclos de carga y descarga, hay que destacar como la rigidez con la que descarga el modelo numérico es muy similar a la de los resultados experimentales, Figura 4-16.



**Figura 4-17. Zonas donde se han superado las deformaciones post-pico en el hormigón para una carga aplicada de 12 kN**

Otro elemento de comparación que permite la validación del modelo es la contraflecha producida por el pretensado. En los resultados experimentales se obtuvo una contraflecha de 0.157 mm mientras que en el modelo de elementos finitos se obtuvo una contraflecha muy parecida de 0.146 mm.

Por último, analizamos el patrón de fisuración que proporciona la simulación comparándolo con las imágenes de las vigas después de ensayarse a rotura, Figura 4-18. En la viga 3 y 4 se aprecia como las fisuras llegan prácticamente hasta la fibra superior, situación que es capturada correctamente por el modelo. El patrón de fisuras generado por el modelo indica que las fisuras se distribuyen a lo largo de un tramo central de unos 1100 mm, magnitud ligeramente inferior a las que se observan en la campaña experimental que es de aproximadamente 1250 mm. La separación media entre fisuras es difícil evaluarla ya que en el modelo aparece la zona central inferior completamente fisurada. Se ha hecho una estimación del número de fisuras a partir del patrón de fisuras del incremento de carga anterior al de la rotura en el que se contabilizan 15 separaciones entre fisuras con lo que se obtiene una separación media entre fisuras de unos 75 mm, valor inferior a los 110 mm obtenidos en la campaña experimental.



**Figura 4-18. Comparación del patrón de fisuración después de rotura**

### 4.3 SHAHVERDI ET AL. (2016)

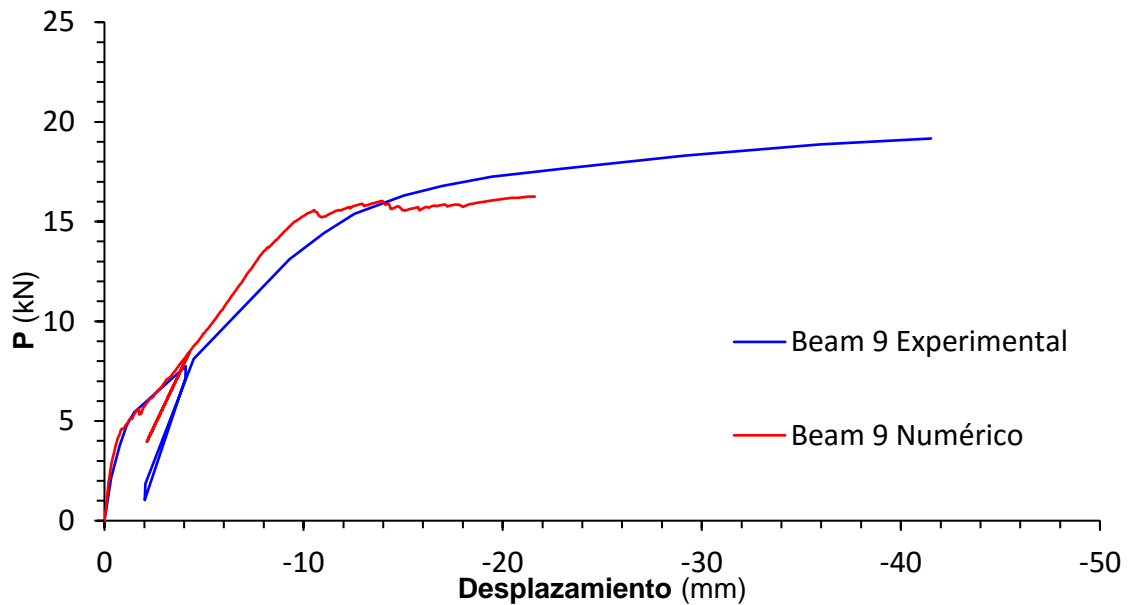
En este apartado se comparan los resultados numéricos con los resultados experimentales de la campaña de vigas reforzadas mediante un recrecido de hormigón proyectado y una armadura de Fe-SMA llevada a cabo por Shahverdi et al.[50]. Se han modelizado las 3 vigas ensayadas y los elementos de comparación han sido la carga de fisuración, la relación carga desplazamiento, la distribución de fisuras y el modo de fallo. En las figuras mostradas a continuación **P** es cada una de las cargas centrales aplicadas durante el ensayo.

#### 4.3.1 Beam 9

Del mismo modo que la viga 1 de la anterior campaña, el objetivo de esta viga era tener un elemento de comparación para poder valorar la mejora en el comportamiento de las vigas reforzadas con armaduras de Fe-SMA. La viga 9 estaba reforzada mediante un recrecido de hormigón proyectado y dos barras  $\phi 8$  de acero convencional. La carga de fisuración obtenida en los ensayos experimentales fue de 5.1 kN, valor muy superior al obtenido en la simulación numérica que fue de 2.6 kN. Sin embargo, tal y como se observa en la Figura 4-19 el modelo reproduce correctamente la rigidez de la viga en el tramo no fisura y en el tramo inicial de la zona fisurada.

Cuando la viga llega una flecha de 4 mm se procede hacer la descarga hasta llegar a un desplazamiento de 2 mm. Como se observa en el gráfico la descarga se produce con una rigidez muy similar a la del ensayo experimental. La carga aplicada en el ensayo experimental cuando el desplazamiento era de 4 mm fue de 7.8 kN mientras que en la simulación fue de 8.1 kN, valor un 4% superior.



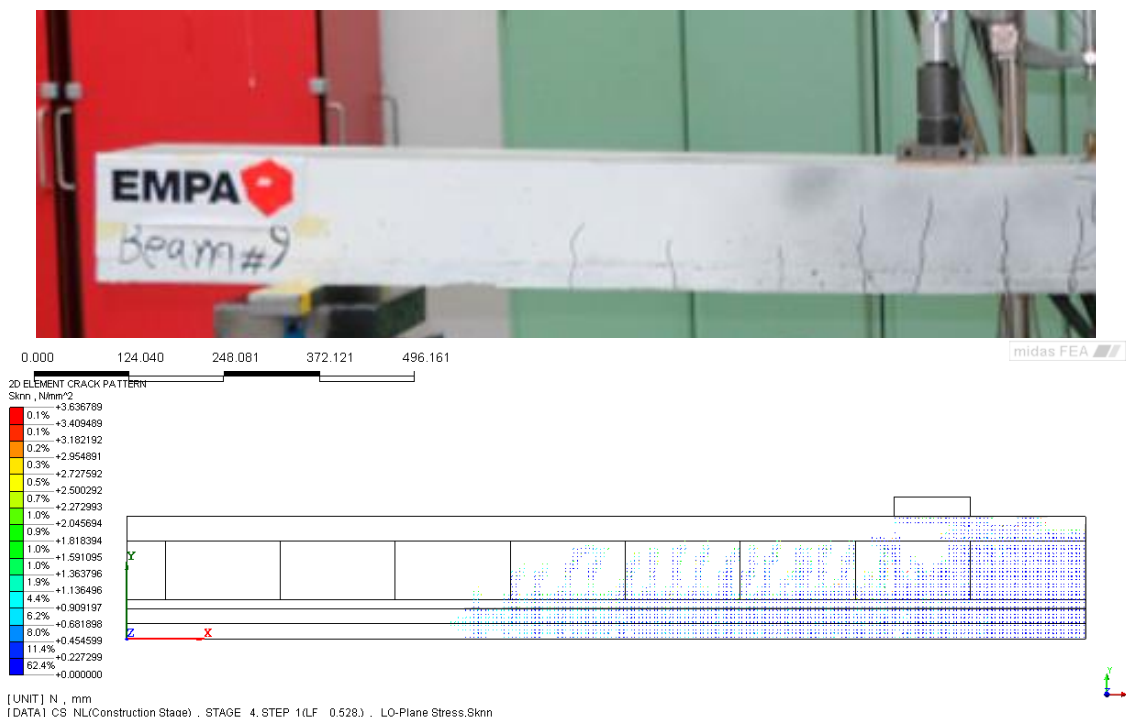


**Figura 4-19. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 9**

Cuando se vuelve a cargar y se supera la carga máxima aplicada hasta el momento, 78.1 kN, el modelo se comporta de manera más rígida hasta llegar a una carga de 15.2 kN. La armadura en el modelo numérico empieza a plastificar cuando se supera una carga aplicada de 9 kN y es entonces cuando el modelo empieza a presentar problemas de convergencia.

Una vez superados los 15.2 kN la viga modelizada pierde gran parte de su rigidez hasta alcanzar los 16.3 kN, momento en el que el modelo deja de converger completamente ya que se alcanza la tensión máxima en el hormigón produciéndose así la rotura por aplastamiento, en la Figura 4-20, se observan las fisuras por aplastamiento del hormigón. De esta manera el modo de fallo predicho por el modelo es el mismo que el que se produjo en el ensayo. Sin embargo, la carga máxima alcanzada se queda un 17.6% por debajo de la obtenida en el ensayo experimental, 19.8 kN. En la flecha en el momento último también existen diferencias, en el ensayo experimental se obtuvo un valor 41.1 mm mientras que en la simulación el resultado fue de 21.6 mm.

En lo que se refiere a las fisuras por flexión y cortante, en la Figura 4-20 se observa como la región fisurada predicha es de unos 1800 mm mientras que en el ensayo dicha región tenía una longitud de unos 1350 mm.



**Figura 4-20. Comparación del patrón de fisuración después de rotura**

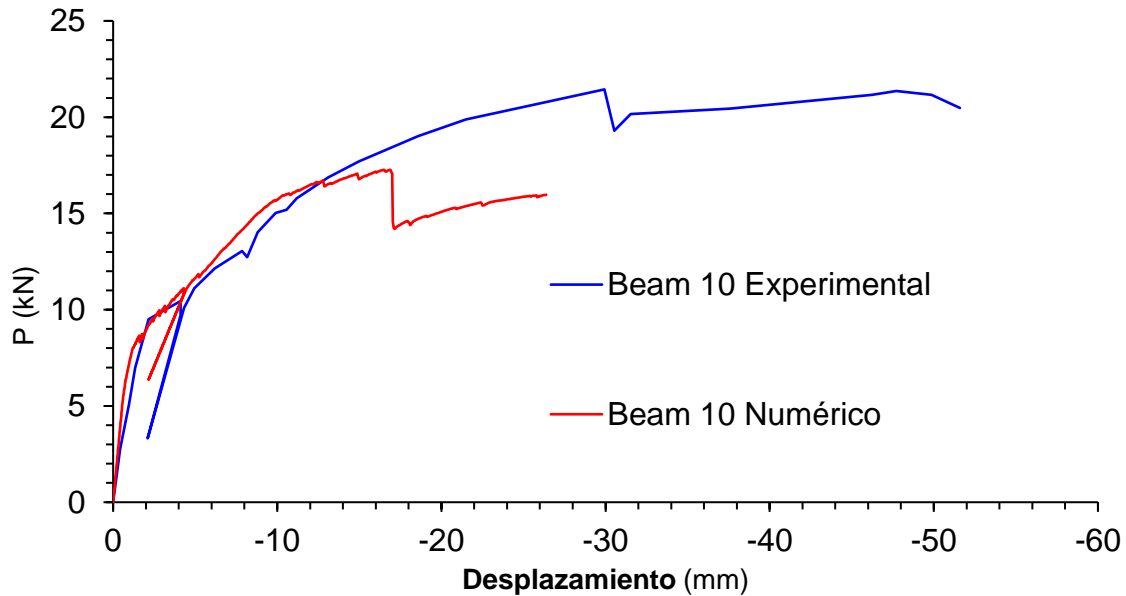
### 4.3.2 Beam 10

La viga 10 estaba reforzada mediante un recrecio de hormigón proyectado con dos barras  $\phi 8$  de Fe-SMA que fueron activadas posteriormente. En el ensayo experimental de dicha viga se obtuvo una carga de fisuración de 9.2 kN, valor bastante superior al de la viga 9, como es habitual en las estructuras pretensadas. En el modelo de elementos finitos se obtuvo una carga de fisuración de 5.4 kN, valor un 41% inferior al del ensayo. La mejora en el valor de carga de fisuración en el modelo numérico fue del 107% y en el ensayo fue del 80 %, incrementos que están dentro del mismo orden magnitud y por tanto demuestra que el modelo es capaz de cuantificar correctamente las mejoras obtenidas debidas el refuerzo aplicado.

Como se observa en la Figura 4-21 en la simulación parece sobrestimarse ligeramente la rigidez inicial mientras que cuando se llega aproximadamente a una carga de 8 kN el modelo empieza a reproducir correctamente la trayectoria del diagrama carga desplazamiento.

Al llegar a un desplazamiento de 4 mm se inicia el ciclo de carga y descarga, se observa como el modelo no predice correctamente la rigidez con la que descarga la viga experimental. Al volver a cargar la viga se deforma con la misma rigidez que en la descarga hasta llegar a un desplazamiento de 4 mm. A partir de ese instante hasta una carga aproximadamente de 15.9 kN la viga ensaya y la modelada tienen una rigidez similar. Sin embargo, por encima de esa carga el modelo indica una pérdida de rigidez, momento en el que la armadura del refuerzo de Fe-SMA empieza a plastificar.

## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma

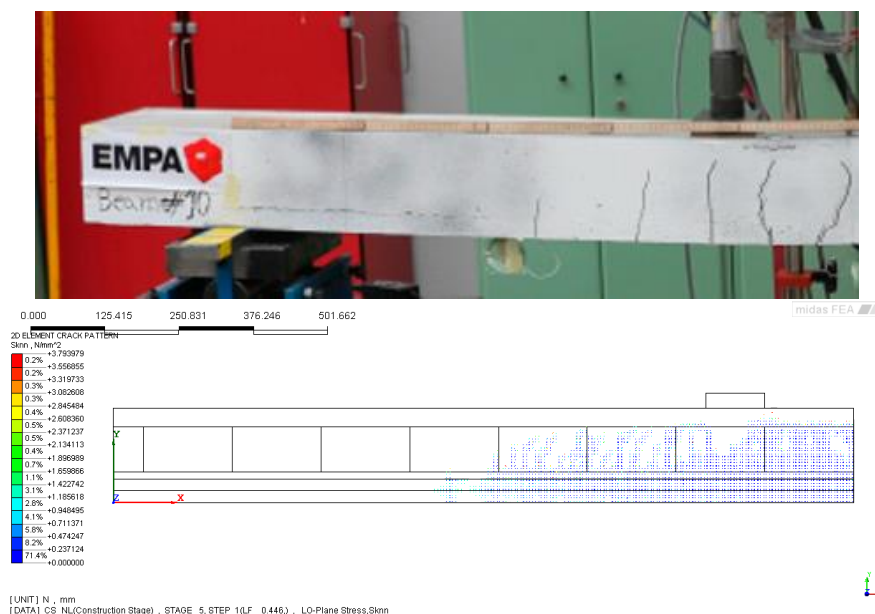


**Figura 4-21. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 10**

Una vez plastificado el refuerzo la carga va aumentando hasta llegar a una carga de 17.2 kN momento en cual se superan las deformaciones pico en hormigón. Dicho momento se observa en el descenso repentino que sufre la carga en el diagrama carga-desplazamiento. Por tanto, se reproduce correctamente el modo de fallo de la viga, rotura por aplastamiento del hormigón con las armaduras ya plastificadas.

La carga máxima predicha por el modelo se queda un 19% por debajo de la obtenida en la campaña experimental, 21.3. En la predicción de las deformaciones es donde mayor diferencia se observa, mientras en el ensayo se llegó a una flecha máxima de 47 mm en la simulación sólo se alcanzó un desplazamiento de 26.3 mm.

Al comparar el mapa de fisuras obtenido en la simulación con el obtenido en el ensayo en el momento de la rotura, Figura 4-22, el modelo predice una zona fisurada más extensa, de unos 1200 mm mientras que en el ensayo experimental la región fisurada tenía una longitud de unos 900 mm.



**Figura 4-22. Comparación del patrón de fisuración después de rotura**

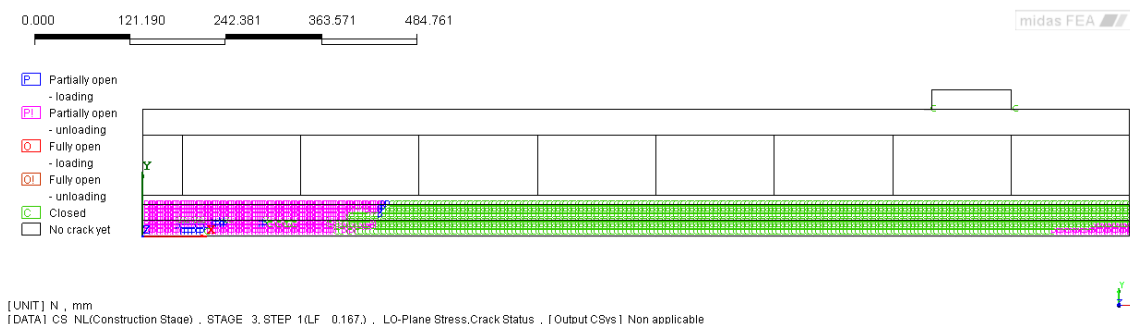


Un último elemento de comparación es la contraflecha obtenida debido a la activación del refuerzo. Así como la predicción en las vigas con refuerzos NSM fue bastante acertada, se obtuvo un error del 7%, en este caso los resultados no son acertados, la simulación predice una contraflecha de 0.32 mm y en el ensayo se obtuvo un valor de 0.17 mm.

### 4.3.3 Beam 11

La viga 11 contaba con el doble de armadura de refuerzo, 4 barras  $\phi 8$  de Fe-SMA, y por tanto con el doble de fuerza de pretensado. Sin embargo, a la hora de activar el refuerzo se observó como la contraflecha obtenida era un orden de magnitud superior respecto a la viga 10 con sólo la mitad de área de pretensado. Este hecho hizo pensar que la capa de hormigón proyectado ya estaba fisurada antes de aplicar el pretensado, muy probablemente debido a la retracción. Por ello en el modelo de dicha viga se redujo la resistencia a tracción del recrecido a 0 MPa.

Al estar ya fisurado el recrecido, no se observa una carga de fisuración clara a partir de la cual hay un cambio de rigidez claro. En este caso sólo se observa un ligero cambio que es cuando la fisura se vuelve a abrir. En el ensayo experimental dicho cambio se observa al alcanzar los 6.7 kN con un desplazamiento de 1.4 mm. En la simulación dicha situación se produce con una carga de 6.2 kN, Figura 4-23, valor con tan sólo un error del 7%, y desplazamiento de 0.7 mm, resultado con un considerable error, 50%.

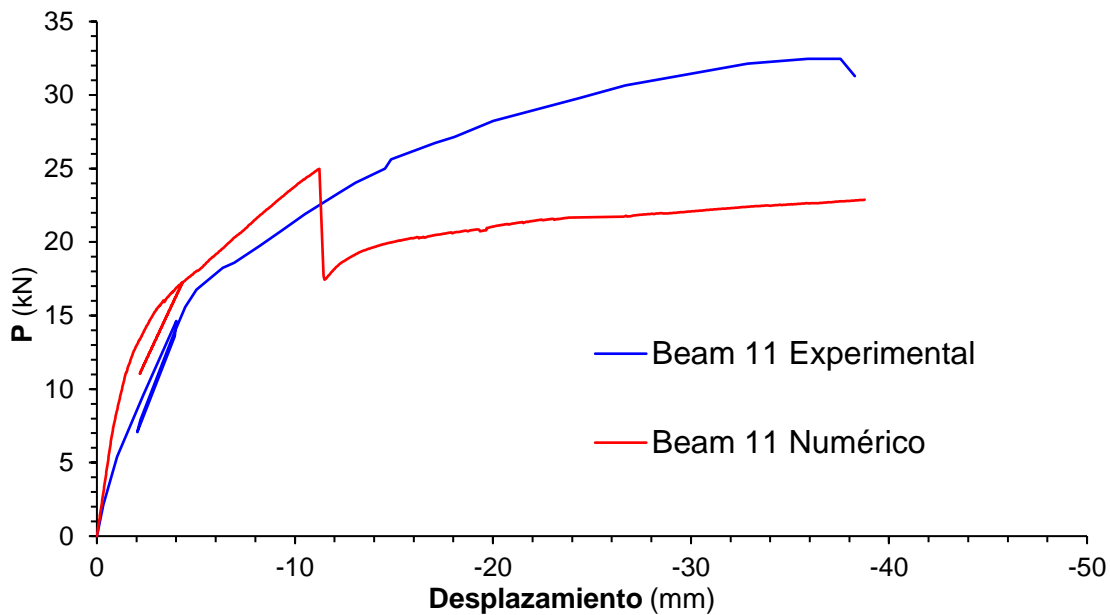


**Figura 4-23. Estado de las fisuras para una carga aplicada de 6.4 kN.**

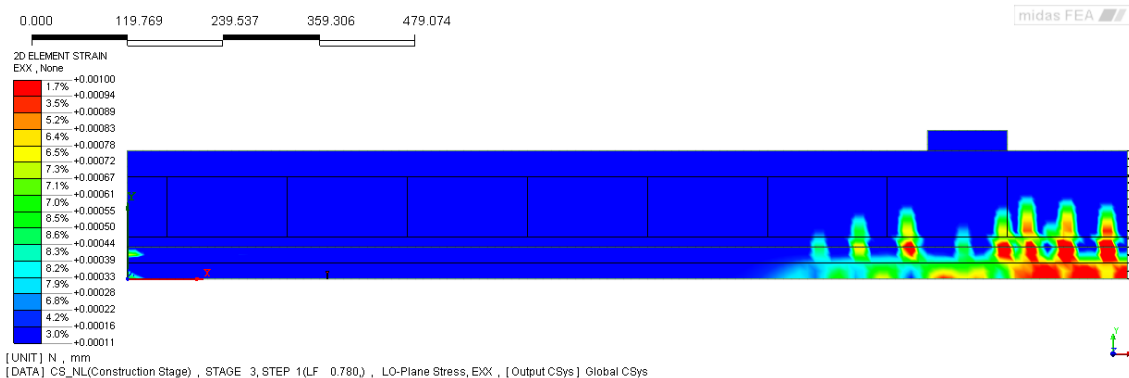
En la Figura 4-24 se observa como desde el inicio la simulación numérica presenta una rigidez mucho más elevada que la viga experimental. Al llegar a una carga de 12 kN se observa como en la simulación se empieza a perder rigidez, esto es debido a que empieza a fisurar el hormigón de viga primitiva que luego se ha recrecido. Esta pérdida de rigidez se desarrolla hasta llegar a los 16 kN, momento en el que está ya todo el hormigón de la zona central fisurado, Figura 4-25. En la viga experimental también se produce un cambio de rigidez para la misma carga aplicada, pero ocurre para un desplazamiento mayor, una vez se ha superado el ciclo de carga y descarga, con una flecha de aproximadamente 5 mm.

En el ensayo experimental se realiza la descarga cuando se ha llegado a una carga de 14.6 kN mientras que en la simulación esto mismo ocurre para una carga de 17.1 kN. Sin embargo, la rigidez en la descarga si se reproduce correctamente. Una vez acabados los ciclos de carga y descarga se procede a aumentar la carga hasta rotura, en la simulación esta rotura sucede para una carga aplicada de 25 kN y un desplazamiento de 11.2 mm. La rotura es debida a que la armadura de acero y de Fe-SMA plastifican y seguidamente se produce una rotura en el hormigón por compresión, por tanto el modo de rotura se reproduce correctamente por el modelo. Sin embargo, la carga última predicha en la simulación se queda alejada de los 32 kN y los 37.3 mm de desplazamiento obtenidos en la viga experimental.

## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma



**Figura 4-24. Diagrama carga-flecha de los resultados experimentales y numéricos de la viga 11.**



**Figura 4-25. Patrón de fisuración para una carga aplicada de 16 kN**

Si comparamos el mapa de fisuras obtenido en la simulación con el obtenido en el ensayo en el momento de la rotura, Figura 4-26, se observa como la distribución de las fisuras es bastante acertada. En el ensayo se desarrollan fisuras a lo largo de unos 1050 mm y en el modelo es distancia es de 1100 mm. Donde es menos acertado el modelo es en el número de fisuras, en la imagen del ensayo se contabilizan 15 fisuras y en las simulaciones se obtienen 27. Por último, al comparar la contraflecha obtenida al final de la activación de las armaduras de Fe-SMA, se obtuvo un desplazamiento ascendente de 1.18 mm en la campaña experimental mientras que en la simulación el resultado fue de 0.75 mm.



**Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma**



**Figura 4-26. Comparación del patrón de fisuración después de rotura**



## **5 CONCLUSIONES**

---

### **5.1 CONCLUSIONES**

Gracias a sus dos principales propiedades, pseudoelasticidad y efecto memoria de forma, las aleaciones con memoria de forma han despertado interés en el campo de la ingeniería civil. Gracias a la pseudoelasticidad será posible diseñar nuevas estructuras que sean capaces de disipar y amortiguar mayor energía en episodios de carga excepcionales, como puedan ser los sismos o las cargas por impacto.

Mediante el efecto memoria de forma será posible hacer reparaciones con pretensado en estructuras con limitaciones de espacio al no necesitar de gatos hidráulicos que tesen la armadura, únicamente una conexión a una fuente de calor es suficiente. Gracias también a este último efecto será posible la concepción de estructuras inteligentes que se autoreparen.

Estas dos propiedades son consecuencia directa de la transformación martensítica en la que se produce una transformación de estado sólido displaciva y no difusiva en la que los átomos se mueven de manera ordenada conservando la posición relativa a sus vecinos y produciéndose un cambio en la estructura cristalina. Este cambio en la estructura cristalina hace que las propiedades mecánicas de las AMF cambien.

Hasta el momento uno de los factores que más han limitado el desarrollo de las AMF es su elevado coste y su bajo módulo de elasticidad en comparación con las armaduras de acero convencional. Sin embargo, en la actualidad se están desarrollando unas nuevas aleaciones con base ferrítica de coste más reducido.

Al ser materiales de reciente descubrimiento, recordemos que el primer hallazgo se realizó en 1951, aún no existe un modelo constitutivo claro que permita reproducir correctamente el comportamiento de este nuevo tipo de aleaciones. Sin embargo, sí que





se conocen los factores que influyen en su comportamiento, como son la temperatura, el tamaño del elemento, el historial previo de tensiones y temperaturas o su composición.

Debido al hecho mencionado anteriormente, no existe ningún programa comercial que tenga integrada una ecuación constitutiva de materiales de este tipo, por ello el principal objetivo de esta tesis de master es implementar la ecuación constitutiva de este material en los programas MIDAS FEA y DIANA v10.0 para que pueda ser empleada en un futuro para el diseño de estructuras armadas con SMA.

El modelo constitutivo que se ha implementado reproduce la pseudoelasticidad de las aleaciones con memoria de forma. Esta implementación se ha realizado con éxito únicamente en el programa DIANA 10.0 y por ello la viga B7-NCM fue modelizada con DIANA 10.0. En el programa MIDAS FEA se ha conseguido modelizar correctamente los ensayos en los que la carga aplicada era monótona pero no cíclica al no poder implementar la subrutina programada. En dicho programa las armaduras SMA se han simulado como materiales plásticos con una función de endurecimiento.

Para validar los resultados numéricos, se han modelizado campañas experimentales existentes y se han contrastado los resultados obtenidos con el programa con los resultados experimentales disponibles.

En lo referente la validación de los resultados, son varias las conclusiones a las que se han llegado. La primera es que cuando la pieza tiene una cuantía baja o cercana a la mínima los programas presentan dificultades para determinar la carga de fisuración, tal y como se observa en los resultados de las vigas de Abdulrihdah et al. [5] y en la viga de control de Shahverdi et al. [49]. Sin embargo una vez fisurada la pieza, destaca como en casi todos los modelos la rigidez fisurada ha sido reproducida correctamente por las simulaciones. Por ello será necesario realizar campañas experimentales en las que la cuantía de armadura sea mayor y así poder confirmar que las dificultades encontradas se deben a que el modelo no es capaz de alcanzar el equilibrio al producirse un descenso tan brusco en la rigidez de la pieza.

En la modelización de la viga B7-NCM, que presentó mayores dificultades de modelización debido a la implementación de la subrutina con el modelo constitutivo de la pseudoelasticidad, se ha obtenido un diagrama carga-desplazamiento con la misma tendencia que el obtenido en los ensayos experimentales, es decir ciclos de carga y descarga que no se realizan por la misma trayectoria. Esto será de gran utilidad para poder cuantificar la energía disipada en estructuras sometidas a cargas cíclicas, como pueden ser los seísmos.

En lo que se refiere a las cargas de rotura los modelos de las vigas con SMA siempre se quedaron por debajo de las cargas obtenidas en los ensayos, quedando así del lado de la seguridad. También mencionar que los modos de rotura predichos por las simulaciones coincidían con los modos de rotura experimental.

Si bien es cierto que el número de campañas modelizadas no es suficiente como para validar el modelo completamente y que son necesarios más resultados experimentales, los resultados obtenidos son satisfactorios y permiten continuar empleando MIDAS FEA y DIANA 10.0 en la modelización de elementos de hormigón armado con aleaciones con memoria de forma. Desde el punto de vista de facilidad de uso, MIDAS FEA resultó mucho más fácil de utilizar al tener integrado pre-proceso, análisis y post-proceso en una misma interfaz. Por ello si se quiere estudiar numéricamente vigas con cargas monótonas, MIDAS FEA es un programa muy adecuado, sin embargo, si se desea estudiar las vigas frente a cargas cíclicas será necesario recurrir a DIANA 10.0 donde sí es posible implementar subrutinas que tenga programada la ecuación constitutiva de las AMF.



## **5.2 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

Después de los resultados obtenidos en las simulaciones se abren dos nuevas líneas de investigación. La primera sería realizar un análisis paramétrico detallado de las distintas variables de las que depende el modelo constitutivo del hormigón, como pueden ser la energía de fractura o diferentes leyes de comportamiento. La segunda sería hacer nuevas simulaciones numéricas en las que se incluya la adherencia no perfecta entre las barras de AMF y el hormigón y donde se modelen también la posible rotura por los conectadores entre armadura convencional y armaduras AMF, tal y como se ha visto en los resultados experimentales de las vigas de Abdulrihdah et al. [5]

Por otro lado, será preciso continuar modelizando nuevas campañas experimentales a medida que éstas se vayan desarrollando. Recientemente se ha publicado una campaña experimental de vigas de hormigón armado sometidas a cortante en las que se han empleado cercos de Nitinol [66]. Si bien el estudio de piezas de hormigón con armaduras SMA sometidas a flexión es un campo poco desarrollado, el del estudio de piezas a cortante lo es aún menos. Por ello esta campaña experimental es un buen punto de partida para estudiar numéricamente el fenómeno del cortante en elementos de hormigón con armadura de cortante de SMA.

En lo que se refiere al diseño será preciso continuar investigando nuevas aplicaciones o continuar desarrollando los usos ya existentes. Los resultados obtenidos en su uso en mecanismos de amortiguación parecen prometedores. La posibilidad de diseñar estructuras inteligentes que tengan la capacidad de autorepararse está aún por explorar.

Desde el punto de vista del material es necesario continuar investigando en la caracterización del material. Un avance de gran importancia sería llegar a desarrollar un modelo constitutivo cuyas variables fueran la tensión, deformación, temperatura y tamaño del material, que como se ha visto en este trabajo tienen de gran influencia en el comportamiento. Una primera aproximación sería desarrollar un modelo constitutivo en el que se representara la histéresis mecánica mediante trayectorias curvas ya que se aproximan mejor al comportamiento real del material. Por último, tal y como se ha visto en la campaña experimental de vigas reforzadas mediante barras embebidas en una capa de recrecido, Shahverdi et al., la retracción es un fenómeno que debe ser estudiado con más detalle con tal de poder continuar con el desarrollo de este nuevo tipo de refuerzo.



## 6 REFERENCIAS

- [1] A. Cladera, B. Weber, C. Leinenbach, C. Czaderski, M. Shahverdi, and M. Motavalli, "Iron-based shape memory alloys for civil engineering structures: An overview," *Constr. Build. Mater.*, vol. 63, pp. 281–293, Jul. 2014.
- [2] R. Santamarta, J. Pons, and E. Cesari Alberich, "Aliatges amb memòria de forma i les seves aplicacions: ortodòncies, detectors d'incendis i anticonceptius," *Rev. la Soc. Catalana Química*, vol. 6, pp. 26–38, 2005.
- [3] A. Cladera, E. Oller, and C. Ribas, "Pilot experiences in the application of shape memory alloys in structural concrete," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 26, no. 11, 2014.
- [4] A. Cladera Bohigas, B. Mas Gracia, E. Oller Ibars, and C. R. Ribas González, "Fundamentos de las aleaciones con memoria de forma como material en ingeniería estructural," 2014, pp. 1–9.
- [5] A. Abdulridha, D. Palermo, S. Foo, and F. J. Vecchio, "Behavior and modeling of superelastic shape memory alloy reinforced concrete beams," *Eng. Struct.*, vol. 49, pp. 893–904, 2013.
- [6] P. Soroushian, K. Ostowari, A. Nossoni, and H. Chowdhury, "REPAIR AND STRENGTHENING OF CONCRETE STRUCTURES THROUGH APPLICATION OF CORRECTIVE POSTTENSIONING FORCES WITH SHAPE MEMORY ALLOYS," *Transp. Res. Rec.*, no. 1770, 2001.
- [7] O. E. Ozbulut, S. Hurlebaus, and R. Desroches, "Seismic response control using shape memory alloys: A review," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 22, no. 14, pp. 1531–1549, 2011.
- [8] R. Desroches, J. McCormick, and M. Delemont, "Cyclic properties of superelastic shape memory alloy wires and bars," *J. Struct. Eng.*, vol. 130, no. 1, pp. 38–46, 2004.
- [9] M. Indirli, M. G. Castellano, P. Clemente, and A. Martelli, "Demo-application of shape memory alloy devices: The rehabilitation of the S. Giorgio Church Bell-Tower," in *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 2001, vol. 4330, pp. 262–272.
- [10] K. Otsuka and C. M. Wayman, *Shape Memory Materials*. Cambridge University Press, 1998.
- [11] W. J. Buehler, J. V. Gilfrich, and R. C. Wiley, "Effect of Low-Temperature Phase Changes on the Mechanical Properties of Alloys near Composition TiNi," *J. Appl. Phys.*, vol. 34, no. 5, p. 1475, 1963.
- [12] L. Janke, C. Czaderski, M. Motavalli, and J. Ruth, "Applications of shape memory alloys in civil engineering structures—Overview, limits and new ideas," *Mater. Struct.*, vol. 38, no. 5, pp. 578–592, Jun. 2005.
- [13] Z. Dong, U. E. Klotz, C. Leinenbach, A. Bergamini, C. Czaderski, and M. Motavalli, "A novel Fe-Mn-Si shape memory alloy with improved shape recovery properties by VC precipitation," *Adv. Eng. Mater.*, vol. 11, no. 1–2, pp. 40–44, 2009.
- [14] T. Maruyama and H. Kubo, "Ferrous (Fe-based) shape memory alloys (SMAs): Properties, processing and applications," in *Shape Memory and Superelastic Alloys: Technologies and Applications*, 2011, pp. 141–159.
- [15] Y. Tanaka, Y. Himuro, R. Kainuma, Y. Sutou, T. Omori, and K. Ishida, "Ferrous



- polycrystalline shape-memory alloy showing huge superelasticity," *Science* (80-.), vol. 327, no. 5972, pp. 1488–1490, 2010.
- [16] S. Kajiwar, "Characteristic features of shape memory effect and related transformation behavior in Fe-based alloys," *Mater. Sci. Eng. A*, vol. 273–275, pp. 67–88, 1999.
  - [17] A. Sato, E. Chishima, K. Soma, and T. Mori, "Shape memory effect in  $\gamma \rightleftharpoons \epsilon$  transformation in Fe-30Mn-1Si alloy single crystals," *Acta Metall.*, vol. 30, no. 6, pp. 1177–1183, 1982.
  - [18] A. Baruj, T. Kikuchi, S. Kajiwar, and N. Shinya, "Effect of Pre-Deformation of Austenite on Shape Memory Properties in Fe – Mn – Si-based Alloys Containing Nb and C," vol. 43, no. 3, pp. 585–588, 2002.
  - [19] W. Zhang, Y. H. Wen, N. Li, and S. K. Huang, "Remarkable improvement of recovery stress of Fe-Mn-Si shape memory alloy fabricated by equal channel angular pressing," *Mater. Sci. Eng. A*, vol. 454–455, pp. 19–23, 2007.
  - [20] K. Li, Z. Dong, Y. Liu, and L. Zhang, "A newly developed Fe-based shape memory alloy suitable for smart civil engineering," *Smart Mater. Struct.*, vol. 22, no. 4, 2013.
  - [21] C. P. Wang, Y. H. Wen, H. B. Peng, D. Q. Xu, and N. Li, "Factors affecting recovery stress in Fe–Mn–Si–Cr–Ni–C shape memory alloys," *Mater. Sci. Eng. A*, vol. 528, no. 3, pp. 1125–1130, 2011.
  - [22] C. Leinenbach, H. Kramer, C. Bernhard, and D. Eifler, "Thermo-mechanical properties of an Fe-Mn-Si-Cr-Ni-VC shape memory alloy with low transformation temperature," *Adv. Eng. Mater.*, vol. 14, no. 1–2, pp. 62–67, 2012.
  - [23] Y. Kuang and J. Ou, "Self-repairing performance of concrete beams strengthened using superelastic SMA wires in combination with adhesives released from hollow fibers," *Smart Mater. Struct.*, vol. 17, no. 2, 2008.
  - [24] H. Li, Z. -q. Liu, and J. -p. Ou, "Experimental study of a simple reinforced concrete beam temporarily strengthened by SMA wires followed by permanent strengthening with CFRP plates," *Eng. Struct.*, vol. 30, no. 3, pp. 716–723, 2008.
  - [25] J. Park, E. Choi, K. Park, and H.-T. Kim, "Comparing the cyclic behavior of concrete cylinders confined by shape memory alloy wire or steel jackets," *Smart Mater. Struct.*, vol. 20, no. 9, 2011.
  - [26] V. Torra, A. Isalgue, F. Martorell, P. Terriault, and F. C. Lovey, "Built in dampers for family homes via SMA: An ANSYS computation scheme based on mesoscopic and microscopic experimental analyses," *Eng. Struct.*, vol. 29, no. 8, pp. 1889–1902, 2007.
  - [27] B. Reedlunn, S. Daly, and J. Shaw, "Superelastic shape memory alloy cables: Part I – Isothermal tension experiments," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 50, no. 20–21, pp. 3009–3026, Oct. 2013.
  - [28] B. Reedlunn, S. Daly, and J. Shaw, "Superelastic shape memory alloy cables: Part II - Subcomponent isothermal responses," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 50, no. 20–21, pp. 3027–3044, 2013.
  - [29] Y. Sakai, Y. Kitagawa, T. Fukuta, and M. Iiba, "Experimental study on enhancement of self-restoration of concrete beams using SMA wire," *Smart Struct. Mater. 2003 Conf.*, 2003.
  - [30] M. S. Saiidi, M. Sadrossadat-Zadeh, C. Ayoub, and A. Itani, "Pilot study of behavior of concrete beams reinforced with shape memory alloys," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 19, no. 6, pp. 454–461, 2007.



- [31] N. Wierschem and B. Andrawes, "Superelastic SMA-FRP composite reinforcement for concrete structures," *Smart Mater. Struct.*, vol. 19, no. 2, 2010.
- [32] M. S. Alam, M. A. Youssef, and M. Nehdi, "Analytical prediction of the seismic behaviour of superelastic shape memory alloy reinforced concrete elements," *Eng. Struct.*, vol. 30, no. 12, pp. 3399–3411, 2008.
- [33] M. S. Alam, M. Nehdi, and M. A. Youssef, "Seismic performance of concrete frame structures reinforced with superelastic shape memory alloys," *Smart Struct. Syst.*, vol. 5, no. 5, pp. 565–585, 2009.
- [34] M. S. Alam, M. Moni, and S. Tesfamariam, "Seismic overstrength and ductility of concrete buildings reinforced with superelastic shape memory alloy rebar," *Eng. Struct.*, vol. 34, pp. 8–20, 2012.
- [35] N. Shajil, S. M. Srinivasan, and M. Santhanam, "Self-centering of shape memory alloy fiber reinforced cement mortar members subjected to strong cyclic loading," *Mater. Struct. Constr.*, vol. 46, no. 4, pp. 651–661, 2013.
- [36] G. Song, N. Ma, and H.-N. Li, "Applications of shape memory alloys in civil structures," *Eng. Struct.*, vol. 28, no. 9, pp. 1266–1274, 2006.
- [37] M. S. Saiidi and H. Wang, "Exploratory study of seismic response of concrete columns with shape memory alloys reinforcement," *ACI Struct. J.*, vol. 103, no. 3, pp. 436–443, 2006.
- [38] M. S. Saiidi, M. O'Brien, and S.-Z. Mahmoud, "Cyclic response of concrete bridge columns using superelastic nitinol and bendable concrete," *ACI Struct. J.*, vol. 106, no. 1, pp. 69–77, 2009.
- [39] A. H. M. Muntasir Billah and M. Shahria Alam, "Seismic performance of concrete columns reinforced with hybrid shape memory alloy (SMA) and fiber reinforced polymer (FRP) bars," *Constr. Build. Mater.*, vol. 28, no. 1, pp. 730–742, 2012.
- [40] A. Zafar and B. Andrawes, "Incremental dynamic analysis of concrete moment resisting frames reinforced with shape memory composite bars," *Smart Mater. Struct.*, vol. 21, no. 2, p. 25013, 2012.
- [41] H. Roh and A. M. Reinhorn, "Hysteretic behavior of precast segmental bridge piers with superelastic shape memory alloy bars," *Eng. Struct.*, vol. 32, no. 10, pp. 3394–3403, 2010.
- [42] M. S. Speicher, R. DesRoches, and R. T. Leon, "Experimental results of a NiTi shape memory alloy (SMA)-based recentering beam-column connection," *Eng. Struct.*, vol. 33, no. 9, pp. 2448–2457, 2011.
- [43] H. Qian, H. N. Li, G. B. Song, and C. Huai, "Cyclic behavior of superelastic shape memory alloy wire for innovative precast concrete frame connections," *Proc., Act. Passiv. Smart Struct. Integr. Syst. 2009*, 2009.
- [44] A. K. Maji and I. Negret, "Smart prestressing with shape-memory alloy," *J. Eng. Mech.*, vol. 124, no. 10, pp. 1121–1128, 1998.
- [45] C. Czaderski, B. Hahnebach, and M. Motavalli, "RC beam with variable stiffness and strength," *Constr. Build. Mater.*, vol. 20, no. 9, pp. 824–833, 2006.
- [46] Z. Deng, Q. Li, and H. Sun, "Behavior of concrete beam with embedded shape memory alloy wires," *Eng. Struct.*, vol. 28, no. 12, pp. 1691–1697, 2006.
- [47] S. El-Tawil and J. Ortega-Rosales, "Prestressing concrete using shape memory alloy tendons," *ACI Struct. J.*, vol. 101, no. 6, pp. 846–851, 2004.
- [48] W. J. Lee, B. Weber, and C. Leinenbach, "Recovery stress formation in a





- restrained Fe-Mn-Si-based shape memory alloy used for prestressing or mechanical joining,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 95, pp. 600–610, 2015.
- [49] M. Shahverdi, C. Czaderski, and M. Motavalli, “Iron-based shape memory alloys for prestressed near-surface mounted strengthening of reinforced concrete beams,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 112, pp. 28–38, Jun. 2016.
- [50] M. Shahverdi, C. Czaderski, P. Annen, and M. Motavalli, “Strengthening of RC beams by iron-based shape memory alloy bars embedded in a shotcrete layer,” *Eng. Struct.*, vol. 117, pp. 263–273, Jun. 2016.
- [51] G. Song, Y. L. Mo, K. Otero, and H. Gu, “Health monitoring and rehabilitation of a concrete structure using intelligent materials,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 15, no. 2, pp. 309–314, 2006.
- [52] L. Li, Q. Li, and F. Zhang, “Behavior of smart concrete beams with embedded shape memory alloy bundles,” *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 18, no. 10, pp. 1003–1014, 2007.
- [53] N. Krstulovic-Opara and P. D. Thiedeman, “Active confinement of concrete members with self-stressing composites,” *ACI Struct. J.*, vol. 97, no. 3, pp. 297–308, 2000.
- [54] E. Choi, T.-H. Nam, S.-C. Cho, Y.-S. Chung, and T. Park, “The behavior of concrete cylinders confined by shape memory alloy wires,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 17, no. 6, 2008.
- [55] B. Andrawes, M. Shin, and N. Wierschem, “Active confinement of reinforced concrete bridge columns using shape memory alloys,” *J. Bridg. Eng.*, vol. 15, no. 1, pp. 81–89, 2010.
- [56] M. Shin and B. Andrawes, “Experimental investigation of actively confined concrete using shape memory alloys,” *Eng. Struct.*, vol. 32, no. 3, pp. 656–664, 2010.
- [57] M. Shin and B. Andrawes, “Modeling and validation of RC columns seismically retrofitted using shape memory spiral,” in *Structures Congress 2012 - Proceedings of the 2012 Structures Congress*, 2012, pp. 571–580.
- [58] C. Aire, R. Gettu, J. R. Casas, S. Marques, and D. Marques, “Estudio experimental y modelo teórico del hormigón confinado lateralmente con polímeros reforzados con fibras (FRP),” *Mater. Construcción*, vol. 60, no. 297, pp. 19–31, 2010.
- [59] E. Choi, T.-H. Nam, Y.-S. Chung, Y.-W. Kim, and S.-Y. Lee, “Behavior of NiTiNb SMA wires under recovery stress or prestressing,” *Nanoscale Res. Lett.*, vol. 7, pp. 1–11, 2012.
- [60] J. Ocel, R. DesRoches, R. T. Leon, W. G. Hess, R. Krumme, J. R. Hayes, and S. Sweeney, “Steel beam-column connections using shape memory alloys,” *J. Struct. Eng.*, vol. 130, no. 5, pp. 732–740, 2004.
- [61] Z. Wu, X. He, and Y. Zhang, “Steel beam-to-column connections using martensite shape memory alloys,” *Advanced Materials Research*, vol. 243–249, pp. 662–665, 2011.
- [62] MidasFEA, “Analysis and Algorithm Manual,” *Midas FEA Adv. Nonlinear Detail Anal. Progr.*, 2015.
- [63] J. G. Rots and J. Blaauwendraad, “Crack models for concrete: discrete or smeared? Fixed multi-directional or rotatin?,” *Heron*, vol. 34, no. 1, pp. 3–59, 1989.



- [64] F. J. Vecchio and M. P. Collins, "The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear," *ACI Journal Proceedings*, vol. 83, no. 2. pp. 219–231, 1986.
- [65] A. Abdulridha, "Performance of Superelastic Shape Memory Alloy Reinforced Concrete Elements Subjected to Monotonic and Cyclic Loading," no. April, 2013.
- [66] B. Mas, A. Cladera, and C. Ribas, "Experimental study on concrete beams reinforced with pseudoelastic Ni-Ti continuous rectangular spiral reinforcement failing in shear," *Constr. Build. Mater.*, vol. In review, pp. 759–768, 2015.

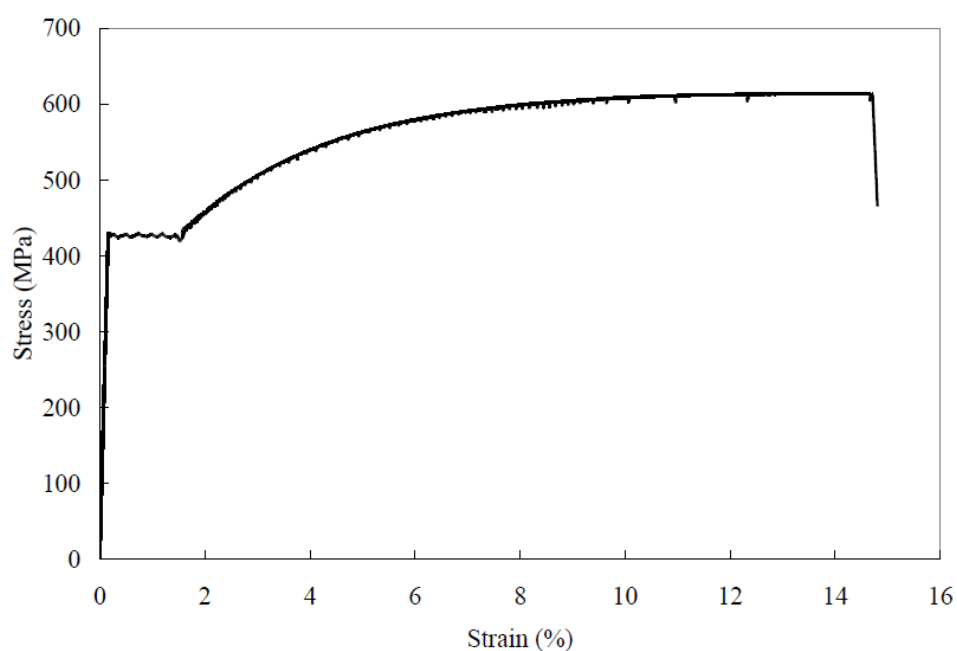




## 7 ANEJOS

### ANEJO 1: PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES EMPLEADOS EN LAS CAMPAÑAS EXPERIMENTALES

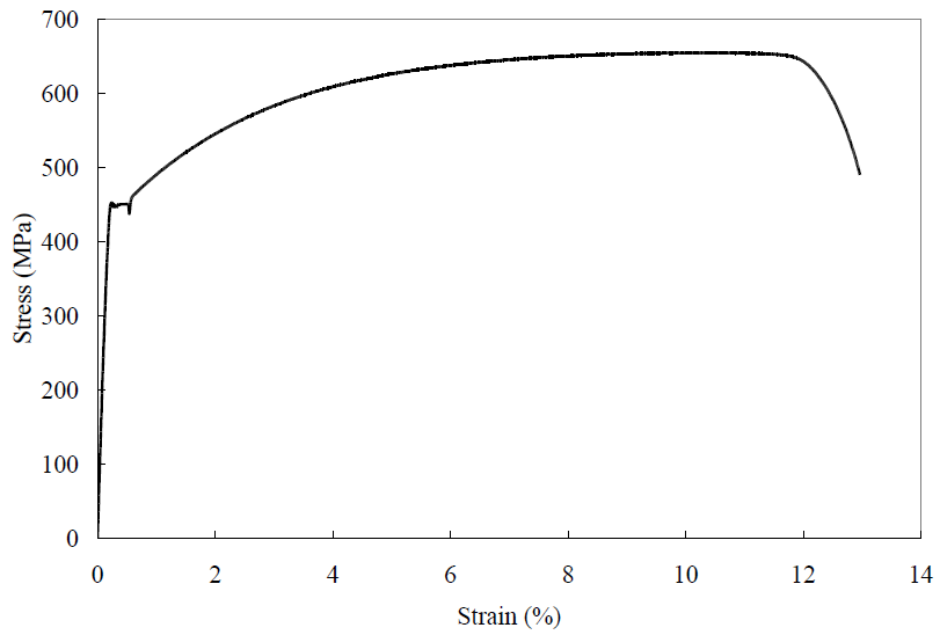
#### CAMPAÑA EXPERIMENTAL DE ABDULRIHDA ET AL. (2013)



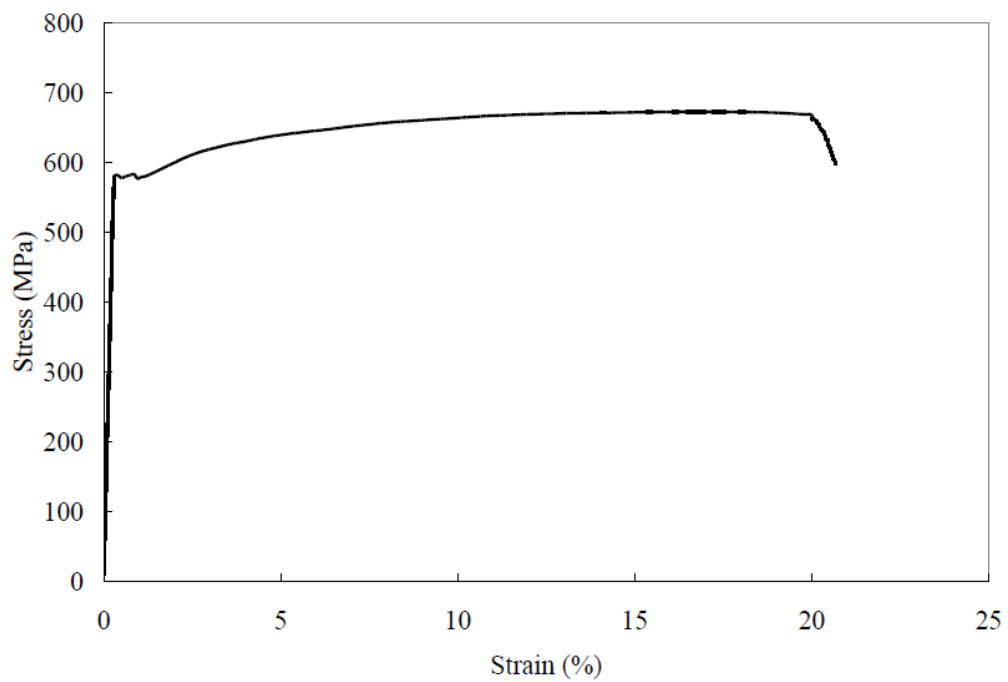
*Figura 7-1 Gráfico tensión-deformación de las barras 10M*



**Análisis del comportamiento estructural de elementos de  
hormigón armados con aleaciones con memoria de forma**



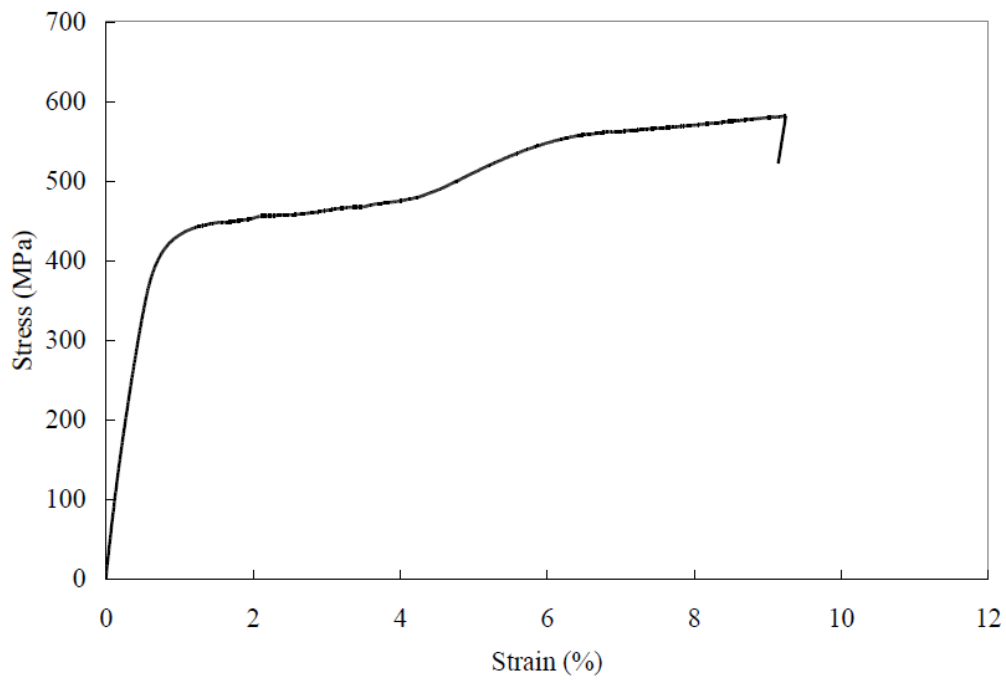
**Figura 7-2 Gráfico tensión-deformación de las barras 15M**



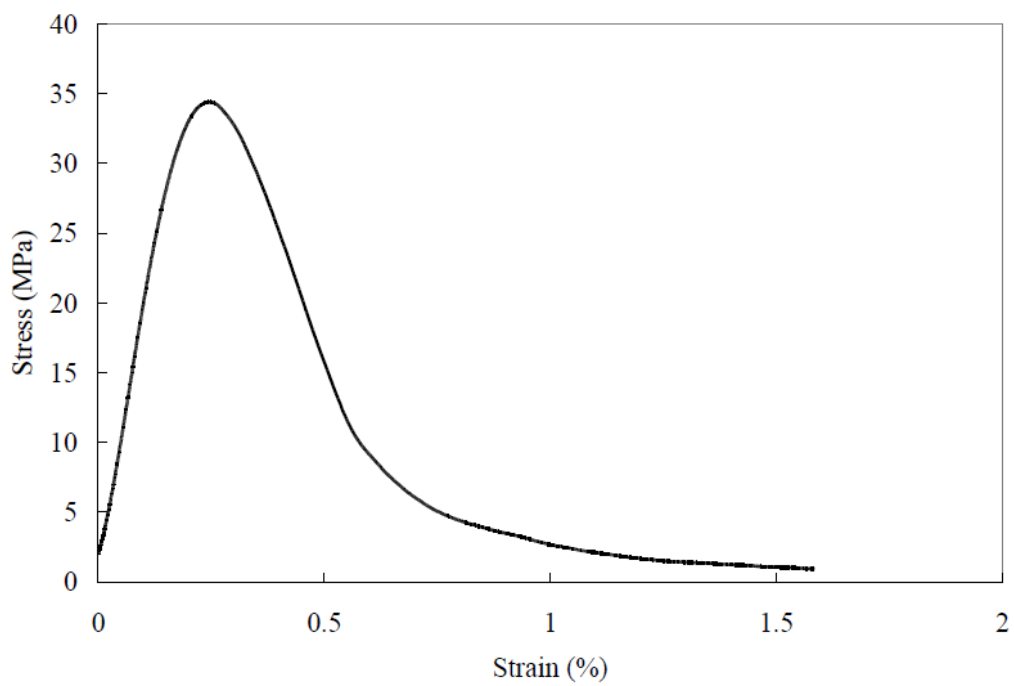
**Figura 7-3. Gráfico tensión-deformación de las barras  $\phi 6.35$**



**Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma**

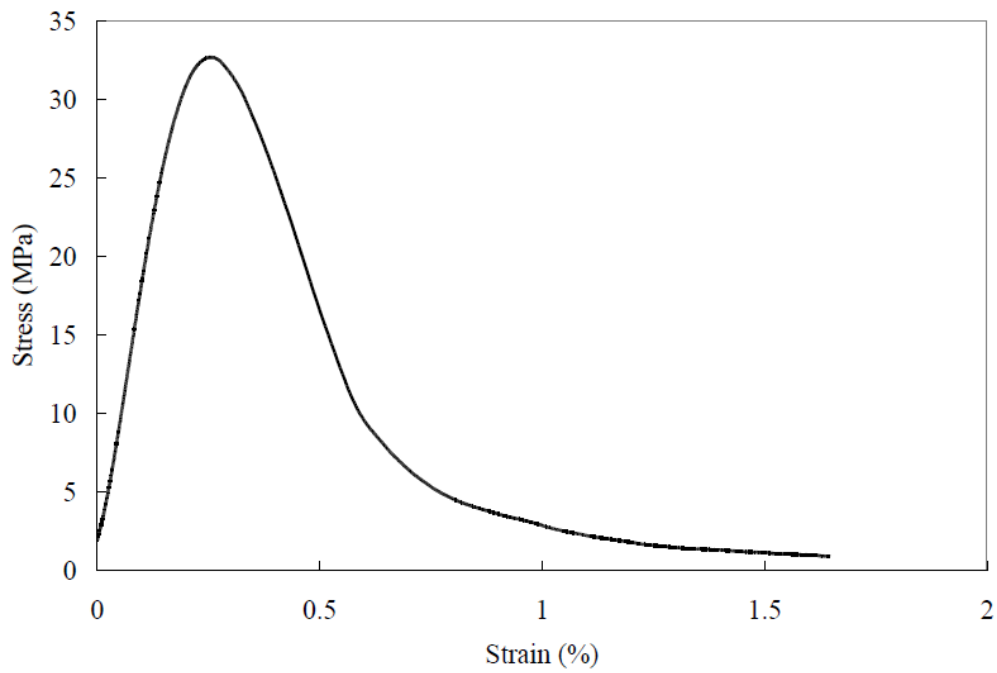


**Figura 7-4. Gráfico tensión-deformación de las barras de Nitinol**



**Figura 7-5. Gráfico tensión-deformación del hormigón con  $f_{cm} = 34.6 \text{ N/mm}^2$**





**Figura 7-6. Gráfico tensión-deformación del hormigón con  $f_{cm} = 32.7 \text{ N/mm}^2$**

CAMPAÑA EXPERIMENTAL DE SHAHVERDI ET AL. (2015)

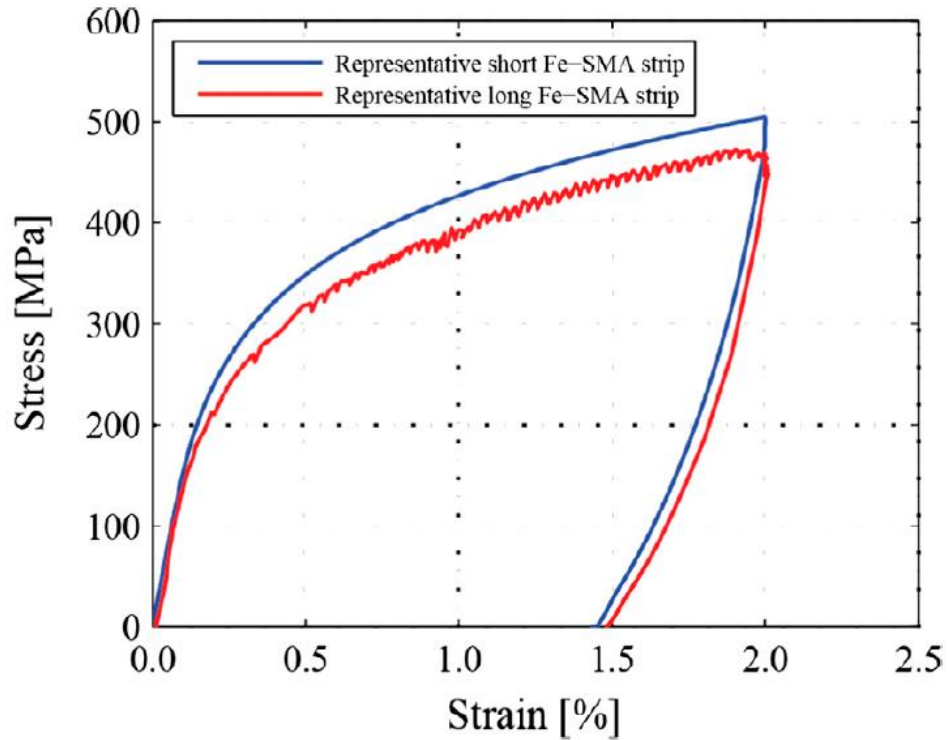


Figura 7-7. Gráfico de la pre-deformación aplicada a las tiras Fe-SMA

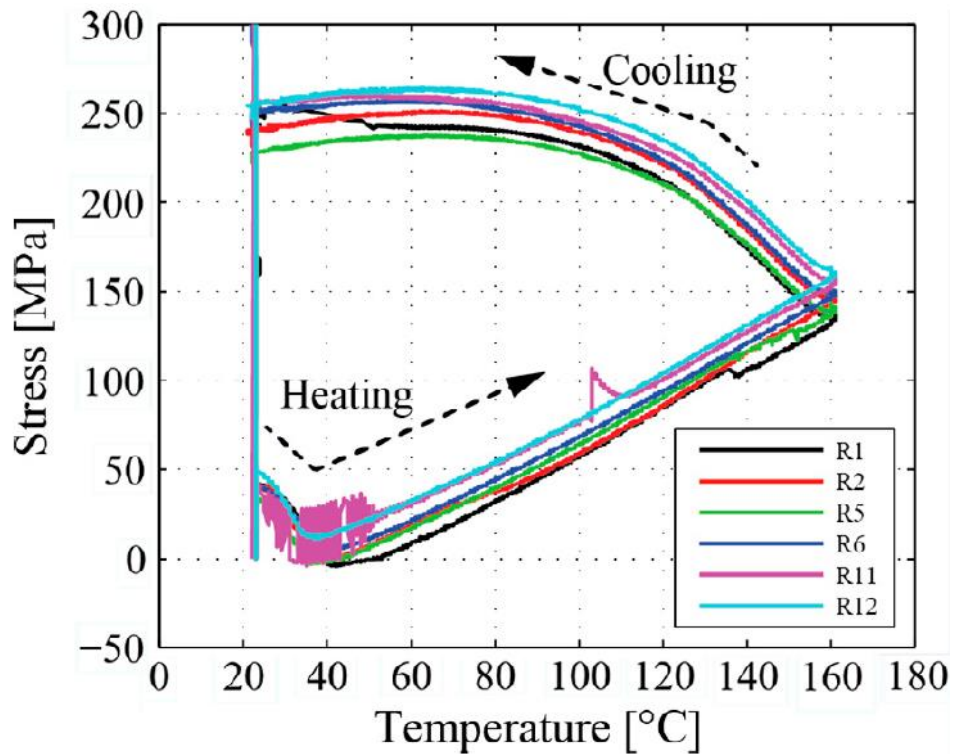


Figura 7-8. Ensayo de tensión de recuperación en las tiras Fe-SMA



CAMPAÑA EXPERIMENTAL DE SHAHVERDI ET AL. (2016)

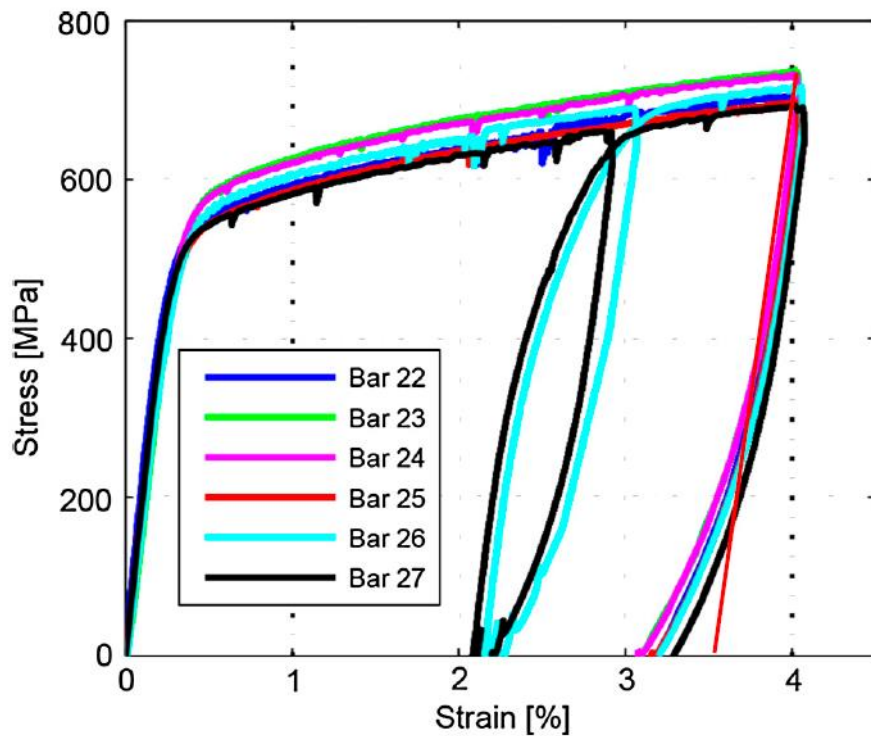


Figura 7-9. Gráfico de la pre-deformación aplicada a las armaduras de Fe-SMA

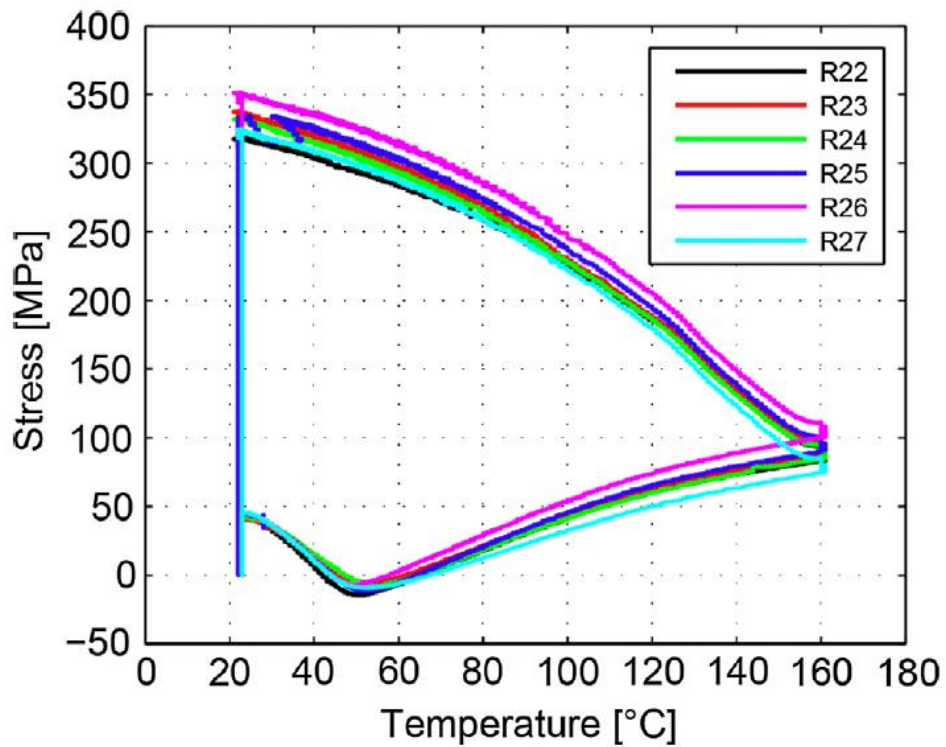


Figura 7-10. Ensayo de tensión de recuperación en las armaduras de Fe-SMA



## ANEJO 2: SUBROUTINA IMPLEMENTADA EN DIANA 10.0

```

SUBROUTINE USRMAT( eps0, deps, ns, age0, dtime, temp0, dtemp, elemen,
&
                                intpt, coord, se, iter, usrmod, usrval, nuv,
usrsta,&
                                nus, usrind, nui, sigma, stiff )
!DEC$ ATTRIBUTES DLLEXPORT::USRMAT
!.....Copyright (c) 2012 TNO DIANA
BV
! PURPOSE:
!   USER-SUPPLIED MATERIAL MODEL
!   RETURN UPDATED STRESS and TANGENTIAL STIFFNESS MATRIX
!.....
..

    IMPLICIT NONE

    INTEGER,          INTENT(IN)      :: ns          ! Number of stress
components
    DOUBLE PRECISION, INTENT(IN)      :: eps0(ns)    ! Strain vector at
start of step
    DOUBLE PRECISION, INTENT(IN)      :: deps(ns)    ! Total strain
increment
    DOUBLE PRECISION, INTENT(IN)      :: age0        ! Age of element
    DOUBLE PRECISION, INTENT(IN)      :: dtime       ! Total time
increment
    DOUBLE PRECISION, INTENT(IN)      :: temp0       ! Temperature
    DOUBLE PRECISION, INTENT(IN)      :: dtemp      ! Total temperature
increment
    INTEGER,          INTENT(IN)      :: elemen      ! Current element
number
    INTEGER,          INTENT(IN)      :: intpt       ! Current
integration point number
    DOUBLE PRECISION, INTENT(IN)      :: coord(3)    ! Coordinates of
integration point
    DOUBLE PRECISION, INTENT(IN)      :: se(ns,ns)   ! Elasticity matrix
    INTEGER,          INTENT(IN)      :: iter       ! Current iteration
number
    CHARACTER*6,      INTENT(IN)      :: usrmod      ! User model name
    INTEGER,          INTENT(IN)      :: nuv        ! Number of user
parameters
    DOUBLE PRECISION, INTENT(IN)      :: usrval(nuv) ! User parameters
    INTEGER,          INTENT(IN)      :: nus        ! Number of user
state variables
    DOUBLE PRECISION, INTENT(INOUT)   :: usrsta(nus) ! User state
variables
    INTEGER,          INTENT(IN)      :: nui        ! Number of user
state indicators
    INTEGER,          INTENT(INOUT)   :: usrind(nui) ! User indicators
    DOUBLE PRECISION, INTENT(INOUT)   :: sigma(ns)  ! Total stress
    DOUBLE PRECISION, INTENT(INOUT)   :: stiff(ns,ns)! Tangent stiffness

    DOUBLE PRECISION E1, E2, E3, eps, epsy, epssh, epsu, sig, fy, fsh
    double precision epsmax, fmax, epsmin, fmin, ind
    Double precision fy2max, epsr1max, epsr2max, f_unlmax, fmax2,
epsmax2, epsy2max, epspmax
    DOUBLE PRECISION fy2min, epsr1min, epsr2min, f_unlmin, epspmin,
epsy2min

```





## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma

```
!IF ( ns      .NE. 1      ) STOP 'Unexpected number of stress
components in routine USRMAT'
!IF ( nuv      .NE. 2      ) STOP 'Unexpected number of user defined
values in routine USRMAT'
!IF ( usrmod .NE. 'el_bil' ) STOP 'Unexpected model name in routine
USRMAT'

E1 = usrval(1)
E2 = usrval(2)
E3 = usrval(3)
epsy = usrval(4)
epssh = usrval(5)
epsu = usrval(6)

! definición de las variables iniciales

fy = E1 * epsy ! tension de plastificacion
fsh = fy + E2 * (epssh - epsy)

!! poner a 0 en las variables de estado en el .dat

epsmax = usrsta (1)
fmax = usrsta (2)
epsmin = usrsta (3)
fmin = usrsta (4)
ind = usrsta (5)
fy2max = usrsta (6)
epsr1max = usrsta (8)
epsr2max = usrsta (9)
f_unlmax = usrsta (10)
fmax2 = usrsta (11)
epsmax2 = usrsta (12)
epsy2max = usrsta (13)
epspmax = usrsta (14)
fy2min = usrsta (15)
epsr1min = usrsta (16)
epsr2min = usrsta (17)
f_unlmin = usrsta (18)
epsy2min = usrsta (19)
epspmin = usrsta (20)

eps = eps0(1) + deps(1)

! Actualizamos deformaciones máximas

epsmax = Max(epsmax, eps)
epsmin = Min(epsmin, eps)

If (eps >= epsmax .or. eps <= epsmin) Then !1ª carga o se está
cargando hasta un punto donde no se habia llegado

If (eps .lt. epsy .and. eps .gt. - epsy) then
sigma(1)=sigma(1)+deps(1)*E1
stiff(1,1)=E1
ind = 1
epsy2max = epsy
fy2max = fy
```



## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma

```

ElseIf (eps >= epsy .and. eps <= epssh) Then
!meseta plastica positiva
!2
sigma(1)=E1*epsy + E2*(eps-epsy)
stiff(1,1)=E2
ind = 2

ElseIf (eps > epssh .and. eps < epsu) Then
!hardening positivo

sigma(1) = fsh + E3 * (eps - epssh)
ind = 3
stiff(1,1) = E3

ElseIf (eps < -epsy .and. eps >= -epssh) Then
!4
!meseta plastica negativa
sigma(1) = (-fy - E2 * (-eps - epsy))
ind = 4
stiff(1,1) = E2

ElseIf (eps < -epssh .and. eps > -epsu) Then
!5
!hardening negativo
sigma(1) = -fsh - E3 * (-eps - epssh)
ind = 5
stiff(1,1) = E3

Else

stop

End If

ElseIf (eps < eps0(1) .and. eps >= 0) Then !se está descargando,
se destensa

If (eps > epsr1max) Then
!6:
epsy2max = epsmax
fy2max = fmax
sigma(1) = sigma(1) + E1 * (deps(1))
ind = 6
stiff(1,1) = E1

ElseIf (eps < epsr1max .and. eps > epsr2max) Then
!7:
sigma(1) = f_unlmax + E2 * (eps - epsr2max)
ind = 7
stiff(1,1) = E2

if ( eps > (f_unlmax - fsh + E1 * epssh - E2 *
epsr2max) / (E1 - E2) ) Then !definición de las variables tension y
deformación plastica secundaria

epsy2max = (sigma(1) - fsh - E1 * eps + E3 * epssh) /
(E3 - E1)
fy2max = fsh + E3 * (epsy2max - epssh)

Else

epsy2max = (sigma(1) - fy - E1 * eps + E2 * epsy) /
(E2 - E1)

```



## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma

```

fy2max = fy + E2 * (epsy2max - epsy)

    end if

Else
!8:
    sigma(1) = sigma(1) + E1 * (deps(1))
    ind = 8
    stiff(1,1) = E1

    epsy2max = (sigma(1) - fy + E2 * epsy - E1 * eps) / (E2 -
E1)
    fy2max = fy + E2 * (epsy2max - epsy)

    end if

Elseif ( eps > eps0(1) .and. eps >= 0) Then !se está recarg.and.o

    if ( eps < epsy2max) Then
!9:
        sigma(1) = fy2max + E1 * (eps - epsy2max)
        ind = 9
        stiff(1,1) = E1

    Elseif ( eps >= epsy2max .and. eps < epssh) Then
!10:
        sigma(1) = (fy2max + E2 * (eps - epsy2max))
        fmax2 = sigma(1)
        epsmax2 = eps
        ind = 10
        stiff(1,1) = E2

    Elseif ( eps >= epssh .and. eps < epsu) Then
!11:
        sigma(1) = (fsh + E3 * (eps - epssh))
        fmax2 = sigma(1)
        epsmax2 = eps
        ind = 11
        stiff(1,1) = E3

    end if

!end if

!descompresion

Elseif ( eps > eps0(1) .and. eps <= 0) Then

    if ( eps > epsr1min) Then
!12:
        epsy2min = epsmin
        fy2min = fmin

        sigma(1) = sigma(1) + E1 * (deps(1))
        ind = 12

    Elseif ( eps > epsr1min .and. eps < epsr2min) Then
!13:
        sigma(1) = f_unlmin + E2 * (eps - epsr2min)
        ind = 13

```



## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma

```

        if ( eps > (f_unlmax - fsh + E1 * epssh - E2 *
epsr2max) / (E1 - E2)) Then !definición de las variables tension y
def.or.mación plastica secundaria

        epsy2max = (sigma(1) - fsh - E1 * eps + E3 * epssh) /
(E3 - E1)
        fy2max = fsh + E3 * (epsy2max - epssh)

        Else

        epsy2max = (sigma(1) - fy - E1 * eps + E2 * epsy) /
(E2 - E1)
        fy2max = fy + E2 * (epsy2max - epsy)

        end if

    Else

!14:
        sigma(1) = sigma(1) + E1 * (deps(1))
        ind = 14

        epsy2max = (sigma(1) - fy + E2 * epsy - E1 * eps) / (E2 -
E1)
        fy2max = fy + E2 * (epsy2max - epsy)

        end if

    ElseIf ( eps > eps0(1) .and. eps >= 0) Then !se está
recarg.and.o

        if ( eps < epsy2max) Then

!15:
            sigma(1) = fy2max + E1 * (eps - epsy2max)
            ind = 15

        ElseIf ( eps >= epsy2max .and. eps < epssh) Then

!16:
            sigma(1) = (fy2max + E2 * (eps - epsy2max))
            fmax2 = sigma(1)
            epsmax2 = eps
            ind = 16

        ElseIf ( eps >= epssh .and. eps < epsu) Then

!17:
            sigma(1) = (fsh + E3 * (eps - epssh))
            fmax2 = sigma(1)
            epsmax2 = eps
            ind = 17

        end if

    end if

    fmax = Max(fmax, sigma(1))
    fmin = min(fmin, sigma(1))

    if ( epsmax < epsy .and. epsmin > -epsy) Then

        epspmax = 0
        f_unlmax = 0
        epsr2max = 0

```



## Análisis del comportamiento estructural de elementos de hormigón armados con aleaciones con memoria de forma

```

epsr1max = 0
epspmin = 0
f_unlmin = 0
epsr2min = 0
epsr1min = 0

Else

    epspmax = (0.0013 * (epsmax * 1000) ** 2 - 0.025 * (epsmax *
1000) + 0.71) / 1000
    f_unlmax = fy * ((-0.006 * (epsmax * 1000)) + 0.73)

    epsr2max = epspmax + f_unlmax / E1

    epspmin = -(0.0013 * (Abs(epsmin) * 1000) ** 2 - 0.025 *
(Abs(epsmin) * 1000) + 0.71) / 1000
    f_unlmin = -fy * ((-0.006 * (Abs(epsmin) * 1000)) + 0.73)

    epsr2min = epspmin + f_unlmin / E1

    if ( ind == 10 .or. ind == 11) Then

        epsr1max = (fmax2 - f_unlmax + E2 * epsr2max - E1 *
epsmax2) / (E2 - E1)

        Elseif ( ind == 6 .and. eps < epsmax2) Then

            epsr1max = (fmax2 - f_unlmax + E2 * epsr2max - E1 *
epsmax2) / (E2 - E1)

            Else

                epsr1max = (fmax - f_unlmax + E2 * epsr2max - E1 * epsmax)
/ (E2 - E1)

            end if
    end if

!actualización de variables de estado

usrsta(1) = epsmax
usrsta(2) = fmax ! guardo la variable tensión maxima
usrsta(3) = epsmin ! deformacion máxima negativa hasta el momento
usrsta(4) = fmin ! guardo la variable tensión mínima
usrsta(5) = ind ! ind es una variable para saber en que rama estoy
usrsta(6) = fy2max
usrsta(8) = epsr1max
usrsta(9) = epsr2max
usrsta(10) = f_unlmax
usrsta(11) = fmax2
usrsta(12) = epsmax2
usrsta(13) = epsy2max
usrsta(14) = epspmax
usrsta(15) = fy2min
usrsta(16) = epsr1min
usrsta(17) = epsr2min
usrsta(18) = f_unlmin
usrsta(19) = epsy2min
usrsta(20) = epspmin

END SUBROUTINE USRMAT

```

